

РЦ 25

ЧИСЛИТЕЛНИЦА

СЪСТАВЕНА

ОТЪ

А. МАЛИНИНЪ и К. БУРЯНИНЪ.

Одобрено Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго
Просвѣщенія.

(отъ девятого изданіе)

ПРѢВЕЛЪ

Кр. Д. Павловъ.

ЧАСТЬ ПЪРВА.

Второ изданіе.

Издава книжарницата на Ив. Г. Доспатский
въ

СОЛУНЪ.

1881.

РЦ 25

09
+ 342.4

РЦ 25

ОПР. НАРОДНА БИБЛИОТЕКА - ШУМЕН

КУПЕНА

№ 2001 №

1041

ДАР

прѣдговоръ

ПРѢДГОВОРЪ.

пр

Отъ нѣкое врѣмя насамъ у насъ начина да се усѣща нужда за по-добри и по-систематически учебници, които да отговарятъ на сегашнитѣ учебни наредби и народни нужди. Такъва нужда по наше мнѣние, усѣща се и за единъ учебникъ по Числителницата, важността на която измѣжд, прѣподаваемитѣ прѣдмѣти излишно е да расправаме

Истина, че по този прѣдмѣтъ у насъ имъ вече нѣколко ръководства, нѣ за жалость у едни отъ тѣхъ липсува онзи рѣдъ и методъ, онѣзъ точностъ и послѣдователностъ, каквито трѣбва да се пазятъ въ единъ учебникъ на каквато частъ той и да билъ, а особно това трѣбова да се пазъ въ математическитѣ прѣдмѣти за да може учебникътъ да принесе изискуемата полза на оногони за когото той е прѣдзначенъ. Други пакъ сѣ оптрупани съ толкова много суравъ и не на мѣстото си материалъ, щото измѣжду него сѣщностъта се губи и клетникътъ ученикъ е принуденъ да се бори съ много мъчнотии, особно ако е лишенъ отъ добъръ и опитенъ преподавателъ.

Като имахме горѣказаннитѣ прѣдъ очи, ние сѣ рѣшихме да прѣведемъ състевената отъ Г-на Мал

нинъ и Г-на К. Бурянинъ Числителница, която е въведена като учебникъ въ всичкитъ (тя е прѣпечатана 9 пѣти), прѣработвана е отъ сѣщитѣ, прѣгледвана и одобрявана е отъ учената комисия на министерството на народното просвѣщение. Ние даваме още по-голяма важностъ на този учебникъ затова, защото той е съставенъ отъ хора, които отъ много години насамъ сѣ прѣподаватели на Математиката въ Московската Гимназия; иматъ свои напечатани учебници по този клонъ отъ науката, слѣдователно тѣ иматъ многогодишна опитностъ, която най-добръ и най-вѣрно учи челоуѣка чрезъ какви начини и срѣдства може да постигне коя да било цѣль. Щемъ забѣлѣжимъ само, че ние си дозволихме да извадимъ изъ този учебникъ нѣща, както напр. алгебрически нѣкои начини, които, мислимъ, сега за сега не сѣ толкова потрѣбни за насъ, а пакъ нѣкои нѣща расправихме по-нашироко, както напр. за метрическата система, за която веке сѣществувва законъ, че ще се въведе и въ нашето отечество.

Освенъ това, ние раздѣлихме книгата на двѣ чѣсти: първата чѣстъ се свършва съ 4-тъ дѣйствия на именованнитѣ числа, а втората начнува отъ дѣлимостта на числата и слѣдува до края. Първата чѣстъ трѣбва да се начнува и свършва въ 1-ий основенъ класъ *), гдѣто постѣпватъ ученици отъ първо-

*) Тука подъ основенъ класъ разумѣваме първия класъ подиръ първоначалното училище, въ който ученикътъ почнува да изучава основателно прѣдмѣтитѣ.

началното училище и тамъ ученикътъ е минѣлъ вече практически 4-тъ прости дѣйствия; слѣд. въ първий класъ той ще мине сѣщитѣ дѣйствия на именованнитѣ числа. Втората ще се начнува въ II-ий и ще се свършва въ III-ий класъ.

Книгата раздѣлихме затова, защото отъ опитъ сме забѣлѣжили, че повечето отъ ученицитѣ, по причина на сиромашия, слѣдуватъ само до II класъ, та и прѣзъ това кѣсо врѣмя да могатъ да си иматъ учебникъ по Числителницата.

Освенъ тѣзи двѣ чѣсти, отъ които състои учебникътъ, ние се помѣчихми да издадемъ и сборникъ отъ аритметически задавки, който тѣй сѣщо се дѣли на 2 чѣсти: I-та чѣстъ съдържа задавки относящи се до всички дѣйствия отъ I-та чѣстъ, а II-та — на всички дѣйствия отъ II ч. на учебникътъ.

Най-сѣтитѣ, ние щемъ се бромъ наградени, ако сме сполучили въ избора и въ прѣвода на тѣзи книжка, която прѣдлагаме на разглѣждания на събратията си Г. Г. учители и всички вѣщи по тѣзи чѣстъ.

Пловдивъ, 15-ий Априлий 1875.

Хр. Д. Павловъ.

Хр. Д. Павловъ

I.

ВЪВОЖДАНІЕ.

1) I. Прѣдмѣти однородни и разнородни. Що е число. Отъ прѣдмѣтитѣ, които се намиратъ около насъ, ние даваме на нѣкои едно име; тѣй напр. всяко едно отъ дѣцата, които сѣдятъ въ класса, ние наричаме *ученикъ*: всички растения, що се намиратъ въ една гора, наричаме *дървета*, при всичко че тѣзи растения може би да си не приличатъ едно на друго нито по видъ, нито по голѣмина и още едно може да е *дълбъ*, друго *букъ*, трете *борика*, и др. так.; хората, които правятъ цѣлъ полкъ, казвами *войници*, и т. нат. Такива прѣдмѣти, които можемъ да нарѣчемъ съ едно име, казватъ се *еднородни прѣдмѣти*; а тѣзи, които можемъ да нарѣчемъ съ разни имена, на пр. столъ и книга, перо и мастило, человекъ и дърво казватъ се *разнородни прѣдмѣти*.

Тѣй сжщо могатъ да бждатъ *еднородни* или *разнородни* и събитията или явленията, които се извършватъ прѣдъ насъ като напр. люлѣянията на махалото въ часовника сж еднородни явления, тупанията на сърдцето (пулсъ) въ человека или друго животно тѣй сжщо сж еднородни явления; нѣ люлѣянието на махалото и пушканието (съ пицовъ или топъ) ся веке двѣ разнородни явления.

Ако не виждаме други прѣдмѣти, еднородни съ този, на който глѣдаме, тогава казваме, че такъвъ прѣдмѣтъ имаме само *единъ*: тѣй напр. въ классната стая стои черна

дъска, на която пишемъ съ тебиширъ, и ако друга такъва
дъска нѣма, тогава казваме, че въ классната стая има
една черна дъска. Тѣй сжщо, ако нѣкое явление се е
извършило и не се е повторило вече, тогава казваме, че
еди-кое си явление се извърши или стана само *единъ*
пжтъ, нар., чухме, че се пушна и това явление вече не
се повтори, тогава казваме, че се пушна *единъ* пжтъ.

Ако ли пакъ имаме *нѣколко* однородни прѣдмѣти,
напр., нѣколко книги, или ако съгледваме нѣколко еднакви
явления, напр. люлѣянията на махалото, то отъ първъ по-
гледъ ние можемъ да кажемъ че имаме не *една* книга, и
че махалото е направило не едно люлѣяние; нѣ много ли
книги имаме, много ли люлѣяния направи махалото, това
ние не можемъ да опрѣдѣлимъ отъ първъ погледъ; за да
познаемъ това, ние трѣбва да преброимъ книгитѣ, да пре-
четемъ люлѣянията; съ други думи, въ първий случай да
познаемъ, *колко отдѣлни однородни прѣдмѣти* има;
а въ вторий случай да познаемъ, *колко отдѣлни одно-
родни явления* сж станали. Въ тоя случай всякой от-
дѣленъ прѣдмѣтъ, всяко отдѣлно явление казва се еди-
ница. И тѣй, до изброимъ книгитѣ си, — всяка книга
при това броение ще е единица, — и нека да рѣчемъ,
като ги прѣброихме, намѣрихме, че имаме *четири* книги.
Да преброимъ люлѣянията на махалото, — тукъ единица
ще бжде ведно отдѣлно люлѣяние, — и да рѣчемъ че
махалото направило *седемъ люлѣяния*. Да преброимъ
тѣй сжщо перата, моливитѣ, столоветѣ и да рѣчемъ, че
наброихме *пять пера, два молива, единъ столъ*. *Четири,*
седемъ, петъ, единъ показватъ, колко однородни единици
има въ първий и вторий и тѣй натагъкъ случаи; съ други
думи — тѣ показватъ сборътъ на единицитѣ въ всякой
отъ тѣзи случаи и се наричатъ *числа*.

И тѣй, *число* или *брой* се получава, кога броимъ
однородни единици и бива отъ *една единица или сборъ*
отъ нѣколко однородни единици.

**2. Числа отвлѣчени (ненарѣчени) и нарѣчени (име-
новани).** Ако броимъ прѣдмѣти или явления, само за да
знаемъ колко сж, безъ да обръщаме внимание на това,
какви сж тѣзи прѣдмѣти или явления, такъво число ще
се казва *отвлѣчено*, напр. *три, четири, седемъ*. И *тѣй*
отвлѣчено число се казва онова, което нѣма при себе
си името на единицата. Ако ли пжкъ показваме какви
сж прѣдмѣтитѣ или явленията, които броимъ, като на пр.
три стола, четири хлѣба, седемъ ученика, петъ пушки
и проч., тогава числото се казва *нарѣчено*. И тѣй *нарѣ-*
чено число се казва онова, което има при себе си името
на единицитѣ отъ които то е станало.

3. Числа цѣли и дробни. Ние можемъ да броимъ
цѣли прѣдмѣти, цѣли единици, напр. *три часа, седемъ*
лабалки; или можемъ да броимъ равни чѣсти отъ нѣкоя
единица, напр. *половинъ хлѣбъ, три четвъртини отъ*
крушя. Въ първий случай числото се казва *цѣло*, въ вто-
рий — *дробно* или *дробъ*. И тѣй *цѣло число се нарича*
сборъ отъ нѣколко цѣли единици, а дробъ — една или
нѣколко еднакви чѣсти отъ нѣкоя единица.

4. Числата най лесно се добиватъ тѣй: ако вземемъ
само една единица, то щемъ имаме число *единъ* или *една*;
ако вземемъ една единица и още една единица, тогава
щемъ имаме число *двѣ*; двѣ единици и още една правятъ
ново число *три*; двѣ единици и още една — правятъ
ново число *четири* и т. н. *пять, шестъ*, и проч. По
такъвъ начинъ ние ще имаме *безкраенъ* редъ отъ числа,
защото, колкото голѣмо число и да си наумимъ, щомъ като
му придадемъ още една единица, тосъ-часъ щемъ имаме
ново число по-голѣмо отъ първото. На всяко число отъ
това множество числа трѣбва да се даде име, а тѣй сжщо
трѣбва да се знае какъ да се напише всяко число, сир. да се
пише съ особитѣ бѣлѣгъ. Освѣнъ това, по-долѣ щемъ видимъ,
че съ числата се правятъ различни дѣйствиа. Всѣчко това
е работа на *Числителницата* или *Аритметиката*.

Тази частъ отъ Числителницата, която ни учи какъ се изговарятъ и пишятъ числата, казва си *броение* или *нумерация*.

ПИТАНИЯ.

- 1) Кои прѣдмѣти казватъ еднородни и кои разнородни?
- 2) Що е единица?
- 3) Що е число?
- 4) Какъ се добива число?
- 5) Какъ дѣлятъ числата?
- 6) Кое число казватъ отвлѣчено, нарѣчено, цѣло, дробно?
- 7) Колко сж числата?
- 8) Що ни учи Числителницата?
- 9) Що ни учи нумерацията.

II.

БРОЕНИЕ.

5. Словесно броение. Най-напрѣдъ трѣбва да дадемъ на числата имена, които да могатъ да се запомнятъ; а тъй като числата сж *безкрайно много*, то трѣбва да имаме начинъ, щото съ *малко число думи лесни за запомняние*, да се съставятъ имена за *всички числа*. Това е работа на *словесното броение*.

Имената на числата се съставляватъ по слѣдующий начинъ:

Всяко отъ първитѣ деветъ числа има си особито име: *единъ, два, три, четире, петъ, шестъ, седемъ, осемъ, деветъ*. Ако при деветъ притуримъ още една единица, числото се казва *десетъ* и то се брой веке за единица отъ другъ редъ — *десятица*, и десятицитѣ броятъ тъй сжщо, както броятъ и проститѣ единици, тъй:

Една десятица и още една десятица правятъ *двѣ десятици* или *двадесетъ*.

Двѣ десятици и още една десятица правятъ *три десятици* или *тридесетъ*.

Три десятици и още една десятица правятъ четире десятици или *четиредесетъ*. Послѣ *петдесетъ, шестдесетъ, седемдесетъ, осемдесетъ и деветдесетъ*.

Освѣнъ това, защото при десятицата ние можемъ да притуримъ не цѣла десятица отведиждъ, а една, двѣ, три и т. н. единици, то между десетѣтъ и двадесетѣтъ ще се нарѣдятъ други деветъ числа, на които имената щатъ станатъ отъ познати веке намъ думи, тъй: десетъ и още единъ — *единадесетъ* (т. е. единъ на десетъ или единъ надъ десетъ); десетъ и два — *дванадесетъ*; десетъ и три — *тринадесетъ*, сетнѣ — *четирнадесетъ, шестнадесетъ, седемнадесетъ, осемнадесетъ, деветнадесетъ*.

Тъй сжщо, като притуряме по единица при двадесетѣтъ, щемъ имаме деветъ нови числа, на които имената щемъ сгложимъ отъ дума двадесетъ и отъ имената на първитѣ деветъ числа: двадесетъ и единъ, двадесетъ и два . . . двадесетъ и деветъ. По такъвъ начинъ щемъ притуряме първитѣ деветъ числа при три десетѣтъ, четиредесетѣтъ, петдесетѣтъ и т. н. до девятдесетѣтъ и деветъ.

Отъ горѣказанното се види, че числото девятдесетъ и деветъ е станало тъкмо отъ десетъ различни думи.

Ако при деветъ десятици притуримъ още една цѣла десятица, щемъ добиемъ десетъ десятици.

Тѣзи десетъ дѣсятици приематъ за единица отъ третий редъ, която се нарича *стотина* или *стотница*.

Стотинитѣ се броятъ пакъ така, както и десятицитѣ: *сто, двѣстѣ, треста, четиристотинъ, и . . . девятстотинъ*.

Като притуряме при сто, двѣстѣ и проч. имената на деветдесетъ и деветъ числа, щемъ имаме всичкитѣ числа до деветстотинъ и девятдесетъ и деветъ.

И тъй при предишнитѣ десѣтъ думи притурѣ се само една нова дума — *стотина* или *сто*.

Деѣтъ стотини и още една стотина правѣтъ десѣтъ стотини или *хилѣдо*. Тѣзи десѣтъ стотини приемѣтъ за единица отѣ четвѣртии редѣ; десѣтъ единици отѣ четвѣртии редѣ приемѣтъ за една единица отѣ петии редѣ; десѣтъ единици отѣ петии редѣ приемѣтъ за една единица отѣ шестии редѣ. Ние видѣхме, че на единицитѣ отѣ втории и третии редѣ сѣ дали особни имена; тѣи сѣщо, и на единицитѣ отѣ четвѣртии, петии и шестии редове трѣбваше да се даджѣ особенни имена; нѣ за да не се въвождѣтъ много думи, само единицѣта отѣ четвѣртии редѣ наричѣтъ сѣ нова дума *хилѣдо*; а единицѣта отѣ петии редѣ наричѣтъ *десятицѣ отѣ хилѣда* двѣдесѣтъ хилѣди тридесѣтъ и пр. деѣтдесѣтъ хилѣди, а единицѣта отѣ шестии редѣ — *стотницѣ отѣ хилѣди* и броятѣ ги по стотини: сто хилѣди, двѣстѣ хилѣди, триста хилѣди . . . деѣтстотинѣ хилѣди.

Ако едно число сѣстои отѣ хилѣди, стотини, десятици и единици, то всички тѣзи редове, наредѣ, изговарѣтъ се сѣ тѣхнитѣ имена. Напр. число отѣ седеѣ хилѣди, три стотини, осеѣ десятици и двѣ единици изговарѣ се седеѣ хилѣди и триста и осеѣдесѣтъ и два.

При изговарѣнето на числѣта не се споменувѣтъ онѣзи редове единици, които се намиратѣ междѣ другитѣ дадени. Напр. число, което сѣстои отѣ седеѣ хилѣди, три стотини и двѣ единици, изговарѣ се: *седеѣ хилѣди и триста и два*.

Осѣѣнѣ това, приемѣтъ, че единицитѣ отѣ първитѣ три редове, сир. проститѣ единици, десятици и стотини сѣставляѣтъ първии классѣ — *классѣ на единицитѣ*; и единицитѣ отѣ четвѣртии, петии и шестии редове сѣставляѣтъ втории классѣ — *классѣ на хилѣдитѣ*, който ще си има свои единици, десятици и стотини, и при това

всяка единица отѣ този классѣ е равна на хилѣдо единици отѣ първии классѣ.

Както хилѣдото единици приемѣ за единица отѣ втории классѣ, тѣи и хилѣдото хилѣди приемѣтъ за единица отѣ третии классѣ, или *миллионѣ*. И классѣтъ на миллионитѣ, както и горѣказаннитѣ классове, сѣстои отѣ три редове: единици, десятици и стотини, хилѣдо миллиона правѣтъ *биллионѣ*, сир. единица отѣ четвѣртии классѣ на биллионитѣ. Биллионѣтъ се наричѣ още и *миллиардѣ*.

Хилѣда биллиона правѣтъ *триллионѣ*, сир. единица отѣ петии классѣ — на триллионитѣ. И тѣи натѣтъкъ.

Словесното броение, както се види отѣ горѣказаното, има тѣзи леснина, че за да поименуѣме всичкитѣ числа до триллионѣ, употрѣбѣѣме малко различни думи (само 15). И тѣи словесното броение се основаѣ на слѣдующитѣ двѣ условия: 1) *десѣтъ единици, отѣ който да било редѣ правѣтъ една единица отѣ по-горенѣ редѣ*, и 2) *сборѣ отѣ единици на три реда правѣтъ една единица отѣ по-горенѣ классѣ*.

По причина на първото отѣ тѣзи условия и броението се каѣѣ *десѣтерично*. Рѣдѣтъ по който слѣдѣѣтъ различнитѣ редове и классове, ясно се види отѣ слѣдующѣта таблица.

5-й классѣ	4-ий классѣ	3-й классѣ Миллиони.	2-й классѣ Хилѣди.	1-й классѣ Единици.
Триллиони	Биллиони	9-й редѣ стот. отѣ миллиони.	8-й редѣ десѣт. отѣ миллиони.	7-й редѣ един. отѣ миллиони.
		6-й редѣ стот. отѣ хилѣди.	5-й редѣ десѣт. отѣ хилѣди.	4-й редѣ един. отѣ хилѣди.
		3-й редѣ. Стотини.	2-й редѣ. Деѣтици.	1-й редѣ Прости единици.

десятичната система, и може би отъ това, защото всичкитѣ хора най-напрѣдъ сж броели по прѣститѣ си. *)

ПИТАНИЯ.

- 1) Какво ни учи словесното броение?
- 2) Защо броението се казва десятирично?
- 3) Избройте единицитѣ отъ първий, вторий и третий редове?
- 4) Колко единици отъ различнитѣ редове се съдържатъ въ единъ классъ?
- 5) Какъ се наричатъ единицитѣ отъ първий, вторий и третий классъ?
- 6) Кой редъ сж хиляднитѣ, десятихиляднитѣ?
- 7) Кой классъ сж хилядитѣ, милионитѣ, триллионитѣ?
- 8) Въ кой редъ и классъ сж десятицитѣ, стотинитѣ отъ хилядитѣ?
- 9) Избройте единицитѣ отъ вторий редъ на третий классъ.
- 10) Каква разлика има между думитѣ: единици и прості единици?
- 11) Колко сж числата, толкова ли думи употрѣбаваме за всяко едно?
- 12) Колко различни думи употрѣбаваме за да поименуваме числата отъ единица до сто? отъ единица до хилядо? до милионъ? билионъ? триллионъ?

6. Писменно броение. *Писменното броение ни учи какъ съ малко бѣлѣзи да пишемъ всякакви числа.* Тѣзи бѣлѣзи се наричатъ *цифри*. Всичкитѣ цифри сж *десять*; отъ тѣхъ деветъ се наричатъ *значащи* и съ тѣхъ изобразяваме първитѣ деветъ числа. Ето тѣзи цифри: 1—изобразява една единица, 2—двѣ, 3—три, 4—четире, 5—петъ, 6—шестъ, 7—седемъ, 8—осемъ, 9—девятъ. Всичкитѣ други числа се пишатъ съ помощта на десятата, която се нарича *нула* и се пише 0.

*) Близо до умѣтъ е и това, че тѣй както всякой прѣстъ има три става, затова и всякой классъ правятъ отъ три редове: единици, десятици и стотини.

За да напишемъ една, двѣ, три, и т. н. десятици пишемъ цифри 1, 2, 3 ... и отъ дѣсно имъ нула, сир. написваме 10, 20, 30 и т. н. Отъ тукъ се види, че единицитѣ отъ вторий редъ, сир. една десятица, двѣ десятици и проч. се пишатъ съ сжщитѣ цифри, както и проститѣ единици, като се турятъ на второто мѣсто наредъ съ нулата, която се пише на първото мѣсто отъ дѣсно и показва, че въ тѣзи числа нѣма единици отъ първий редъ.

Всяко число, което състои отъ десятици и единици, пише се съ двѣ цифри, отъ които цифрата, която показва проститѣ единици, пише се на първото мѣсто, а цифрата, която показва десятицитѣ, пише се на второто мѣсто, като броемъ отъ дѣсно. Тѣй число двадесать и четире което е станжло отъ двѣ десятици и четире единици пише се тѣй: 24.

Единицитѣ отъ третий редъ, сир. стотинитѣ пишатъ се съ сжщитѣ цифри, само се турятъ на третето мѣсто отъ дѣсно. Тѣй напр. ако искаме да напишемъ една, двѣ, петъ и т. н. стотини, пишатъ 100, 200, 500 и проч.

Число, което състои отъ единици, десятици и стотини, пише се съ три цифри, отъ които цифрата на единицитѣ се пише на първото мѣсто, цифрата на десятицитѣ — на второто, а цифрата на стотинитѣ — на третето мѣсто отъ дѣсно. Тѣй число сто осъмдесать и петъ, състои отъ една стотина, осемъ десетици и петъ единици и се пише 185.

Число двѣстѣ и шестъ състои отъ двѣ стотини и шестъ единици и се пише 206.

Въ това число нѣма дѣсятици, за това на мѣстото имъ пишемъ нула, ако не бѣхме направили това, а да напишихме само 26, тогава цифрата 2 щеше да е на второто мѣсто, слѣдователно щеше да показва не двѣ стотини, а двѣ десятици.

Ако искаме да напишемъ една, двѣ, три, девятъ хиляди, пишемъ сжщитѣ цифри 1, 2, 3..... 9 и

при всякая отъ дѣсно туряме три нули, както 1000, 2000, 3000, 9000.

Ако ли искаме да напишемъ петнадесать хиляди щемъ, напишемъ 15 и за да покажемъ че тѣ не сѣ единици, ще туриме отъ дѣсно три нули, сир. 15,000. За да напишемъ сто и шестдесать и двѣ хиляди, пишмъ 162 и послѣ три нули, сир. 162,000. За да напишемъ двѣстѣ и осемдесать хиляди, пишмъ 280 и послѣ три нули, сир. 280,000.

Въ всички тѣзи примѣри тритѣ нули отъ дѣсно показватъ, че единици отъ първий редъ, сир. стотини, десятици и единици съвсѣмъ нѣма въ даденитѣ числа. Сега искаме да напишемъ четиренадесать хиляди и седемъ едиги. Затова щемъ напишемъ 14 и щемъ туримъ запятая, за да отдѣлимъ классътъ на хилядитѣ отъ класса на единицитѣ. Подиръ запятаята щемъ напишемъ двѣ нули, една на мѣстото на стотинитѣ, а друга на мѣстото на десятицитѣ, защото въ даденото число тѣзи редове съвсѣмъ нѣма, и най-сетнѣ на единицитѣ щемъ напишемъ цифра 7, сир. щемъ напишемъ 14,007. Ако подиръ запятаята ненапишихме нули, а напишихме 14,7, тогава класътъ на единицитѣ, който състои отъ три редове, щеше да има само единъ редъ, а това не може да бжде. Или ако напишихме нулитѣ подиръ цифра 7, сир. ако напишихме 14,700, тогава цифра 7 ще показва не 7 единици, а 7 стотини, и написаното число щѣше да е четиренадесать хиляди, и седемстотинѣ.

Другъ примѣръ. Ако ни дадѣтъ да напишемъ двѣстѣ хиляди и три десѣтъ, щемъ напишемъ 200 и това число ще отдѣлимъ съ запятая; тѣй като въ даденото число нѣма ни стотини, ни единици, а има само три десятици, то въ класса на единицитѣ на мѣстото на стотинитѣ, щемъ напишемъ нула, на мѣстото на десятицитѣ — 3, и на мѣстото на единицитѣ пакъ нула, сир. щемъ напишемъ 200,030.

По такъвъ начинъ се пишѣтъ и числа по-голѣми отъ хиляди. Тѣй напр. искаме да напишемъ двѣстѣ и седемъ милиона. Понеже милионътъ е единица отъ третий классъ, то за да напишемъ даденото число, трѣбва да напишемъ число 207 и подиръ него 6 нули — три за да показватъ че въ даденото число липсватъ три реда, отъ които става классътъ на хилядитѣ, и три още за да показватъ, че нѣма тритѣ реда на единицитѣ, които съставляватъ класса на единицитѣ, сир. щемъ напишемъ 207,000,000. Ако да ненапишихме нито една нула, или ако да напишихме само три нули, тогасъ по първото прѣдложение щѣхме да имаме 207 единици, а по второто — 207,000, сир. 207 хиляди.

За да не грѣшимъ въ писанието на нулитѣ трѣбва да отдѣляме единъ классъ отъ други съ запятая, както видѣхме по горѣ.

Ако искаме да напишемъ дванадесать милиона и четиредесать осемъ единици, пишмъ 12 и отдѣляме това число съ запятая; сетнѣ — тѣй като въ даденото число съвсѣмъ нѣма классътъ на хилядитѣ, затова подиръ запятаята, на мѣстото на тритѣ реда, които правѣтъ классътъ на хилядиты, пишмъ три нули, и подиръ тѣхъ запятая, а въ класса на единицитѣ на мѣсто стотинитѣ нула на мѣстото на десятицитѣ 4 и на мѣстото на единицитѣ 8, сир. пишмъ 12,000,048.

Ако искаме да напишемъ сто и двадесать милиона и седемстотинѣ хиляди, пишмъ 120 и това число отдѣляме съ запятая, сетнѣ въ классътъ на хилядитѣ пишмъ 700 и подиръ това число туряме запятая, и най-сетнѣ пишмъ три нули на мѣсто классътъ на единицитѣ когото нѣма въ даденото число, сирѣчь 120,700,000.

Петстотинѣ и осемдесать милиона и триста и десѣтъ хиляди и сто и четиредесать щемъ напишемъ тѣй: пишмъ 580 и туряме запятая, сетнѣ въ классътъ на хилядитѣ

дигъ пишемъ 310 и туряме запятая, и най-сетнѣ 140 сир. 580,310,140.

И така за да напишемъ едно число съ цифри, трѣбва, да пишемъ классовѣ като начнемъ отъ горнитѣ къмъ по-долнитѣ и да отдѣляме единъ отъ другъ съ запятая. При това трѣбва да помнимъ, че въ всякой классъ трѣбва да има единици, отъ тритѣ реда слѣдователно отъ една запятая до друга трѣбва да има три цифри, и затова ако въ нѣкой классъ нѣма единици отъ нѣкой редъ, то на мѣстото имъ трѣбва да напишемъ нула; а ако липсува цѣлъ классъ, тогава пишемъ на мѣстото му три нули. Тѣй, за да напишемъ петнадесать биллиона и сто и четири единици, пишемъ 15 и туряме запятая, пишемъ и три нули на мѣсто классъ на милионитѣ, когото въ даденото число нѣма, и отдѣляме ги съ запятая, сетнѣ пишемъ още три нули на мѣсто классъ на хилядитѣ, когото тѣй сжщо нѣма въ даденото число, и туряме пакъ запятая, и най-сетнѣ 104, сир. 15,000,000,104.

Четиредесать и шесть триллиона и двадесать и три хиляди и триста се пишатъ, като напишемъ 46 и ги отдѣлимъ съ запятая, пишемъ и три нули на мѣсто классъ на биллионитѣ, други три нули на мѣсто классъ на милионитѣ, и още една нула на мѣсто стотинитѣ въ классъ на хилядитѣ и послѣ 23, и най-сетнѣ 300, сир. 46,000,003,300.

Ако и да се каза, че кога пишемъ числата, трѣбва да отдѣляме единъ классъ отъ другъ съ запятая, нѣ това е само за леснотия на начинающитѣ; нѣ отъ сетнѣ трѣбва да навикнемъ да пишемъ всякакви числа безъ да ги отдѣляме съ запятая.

Отъ горѣказаното се види, че писменното броение се основава на слѣдующитѣ двѣ условия: 1) *цифрата на първото мѣсто отъ дѣсно показва единици, на второто — десятици, на третото — стотини, на*

четвъртото — хиляди и т. н., 2) цифра 0 се туря въ редовѣтъ на мѣсто единичитѣ, които липсватъ въ даденото число.

Бѣлѣжка. Число, което състои отъ една цифра, напр. 7, 9, нарича се *еднозначно*; число, което състои отъ двѣ цифри, напр. 30, 57, нарича се *двозначно*. Най-сѣтнѣ всяко число, което има повече отъ двѣ цифри, напримѣръ 4867, 308425 и др. так. наричатъ се *многозначни*.

7. Изговаряние на числата. За да изрѣчемъ едно число, написано съ цифри, напр. 24870645, трѣбва да помнимъ, че първитѣ три цифри отъ дѣсно показватъ: първата — единици, втората — десятици, третата — стотини отъ първий классъ, сир. тѣ правятъ классъ на единицитѣ; заради това ги и отбѣлѣжваме съ запятая, която пишемъ по между цифритѣ 6 и 0; слѣдующитѣ три цифри показватъ единици, десятици и стотини отъ классъ на хилядитѣ — и тѣхъ тѣй сжще отбѣлѣжваме съ запятая; седмата и осмата цифра показватъ единици и десятици отъ милионитѣ; слѣд. написаното число трѣбва да се изговори тѣй: двадесать и четири *миллиона* и осемстотинъ и седемдесать *хиляди* и шестотинъ и четиредесать и *петъ единици*.

Да земемъ и другъ примѣръ. Нека ни е дадено да изрѣчемъ число 50,000,642,035.

Тритѣ първи цифри отъ дѣсно показватъ единици, десятици и стотини отъ классъ на единицитѣ: подиръ тѣхъ туряме запятая; тритѣ слѣдующи — тритѣ реда единици отъ классъ на хилядитѣ, и тѣхъ отбѣлѣжваме съ запятая. Тритѣ слѣдующи, които сж нули, показватъ, че въ даденото число милиони съвсѣмъ нѣма, и най-сетнѣ послѣднитѣ показватъ единици и десятици на биллионитѣ. Затова даденото число ще бѣде петдесать *биллиона* и шестотинъ и четиредесать и двѣ *хиляди* и тридесать и петъ *единици*.

И тѣй: за да изрѣчемъ едно число, което е на-

писано съ цифри, трѣбва да го раздѣлимъ съ запятан отъ дѣсно на лѣво на дѣлове и съкой дѣлъ да има по три цифри. Въ послѣдний дѣлъ могатъ би дѣти или дори и една цифра. Съкой дѣлъ ще означава класъ; първий — класътъ на единицитѣ, второй — класътъ та хилядитѣ и т. н. *Послѣ като начнемъ отъ лѣво, трѣбва сякой дѣлъ да се изрѣче отдѣлно, и на сякой дѣлъ да придаваме наименованието на неговий класъ.* Нѣ трѣбва да се глѣда щото поне малкитѣ числа да се изричатъ безъ да се дѣлятъ на дѣлове.

8. Римската и Славенската системи за броение.

Цифритѣ, що употрѣбавами за изображение числата, наричатъ се *арабски*, защото Европейцитѣ сж ги взели отъ Арабитѣ въ около половина отъ десетото столѣтие. Европейскитѣ образовани народи въ старо врѣме, Гърцитѣ и Римлянитѣ, употрѣбавали за изображение числа своитѣ азбуки. Гърцката система е преминала и у нашитѣ стари, и дори и до днесъ още се употрѣбавя отъ нѣкои, а особно въ черковнитѣ книги.

Римската система за писмено броение състои въ това, че съ особни знакове се изображаватъ само слѣдующитѣ седемъ числа:

Римски цифри: I, V, X, L, C, D, M,

Тѣхни значения: 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, а за изображение осталитѣ числа прието е условие, щото всякой по-малкъ знакъ, поставенъ отдѣсно на *другъ по-голямъ*, увеличава значението му, а ако се постави отъ лѣво, умалява значението му съ толкова единици, колкото той показва.

Така, II и III показватъ числа двѣ и три, IV — четири, VI — шестъ, VII, VIII — седмъ и осемъ, IX — девятъ, XI — единадесетъ и пр.

За изображение числа по-малки отъ двѣ хиляди, знаковетѣ, които изображаватъ единицитѣ отъ различни редове на тия числа, пишатъ се отдѣсно на лѣво въ тоя редъ, въ какъвто си се произносятъ; така напр. въ число 1894 трѣбва да се напишатъ така: MDCCCXCIV.

Числа, които състоятъ отъ нѣколко хиляди, пишатъ се сжко така, както и числа, които състоятъ отъ нѣколко единици, само отдѣсно до написаното число отдолѣ по ставя се буква (mille — хилядо); така напр. числ 3000 се пише така: III^m, 40000 — XL^m, 1,000,000 M^m, 406990 се пише CDVImCMXC и т. н. Слѣдующа таблица показва много по-ясно, какъ трѣбва да се употрѣбаватъ тия знакове.

I	показва	1	LXXX	показ.	8
II	»	2	XC	»	9
III	»	3	C	»	10
IV	»	4	CC	»	20
V	»	5	CCC	»	30
VI	»	6	CD или IVC	»	40
VII	»	7	D	»	50
VIII	»	8	DC	»	60
IX	»	9	CM	»	90
X	»	10	M	»	100
XI	»	11	MM	»	200
XX	»	20	MCD	»	140
XXX	»	30	MD	»	150
XL	»	40	MDCCCXXXVII	»	183
L	»	50	Xm	»	10.00
LX	»	60	Cm	»	100.00
LXX	»	70	DCCCXLIIIImDCIV	»	843.60

Въ славянското броение има повече особни знакови за изображение числа отъ колкото въ римското, имени всяка отъ единицитѣ отъ тритѣ първи редове, т. е. единици, десятици и стотини изображаватъ се съ особни буква отъ славянската азбука, при което буквата се забѣлжа подъ особенъ знакъ *т*, който се нарича *титла* ето знаковетѣ на числата:

ѧ	показва	1;	Ѩ	показва	10;	Ѱ	показва	100.
Ѣ	»	2;	Ѧ	»	20;	Ѳ	»	200.
Ѥ	»	3;	Ѩ	»	30;	Ѵ	»	300.
Ѭ	»	4;	Ѫ	»	40;	Ѷ	»	400.
Ѯ	»	5;	Ѭ	»	50;	Ѹ	»	500.
ѯ	»	6;	Ѯ	»	60;	Ѻ	»	600.

ѣ	показва 7;	ѡ	показва 70;	Ѹ	показва 700.
й	» 8;	п	» 80;	ѿ	» 800.
ѡ	» 9;	ч	» 90;	ц	» 900.

Числа, по-малки отъ хилядо, нѣ които състоятъ отъ единици на нѣколко редове, изображаватъ се пакъ съ тия букви, поставени отлѣво на дѣсно въ тоя порядѣкъ, въ каквѣто си се произносятъ. Така 11 пише се **ли**, 12 — **ви**; 21 пише се **ки**, 48 — **ми**; 165 пише се **рѣѣ**.

За изображение числа, които състоятъ отъ нѣколко хиляди, служатъ пакъ тия сѣщи букви съ притуряние предъ тѣхъ знакъ **ѡ**. Така 1000 се пише **ѡ ѣ** 30,000 — **ѡ ѣ**; число 25,278 пише се така: **ѡ кесѡн**.

Отъ казаното се види, какво славенската система за писмено броение е основана само на събиране, а римската има въ основата си двѣ дѣйствиия: събиране и изваждане.

Недостатѣкътъ и на двѣтъ тия системи за броение, римска и славенска, а особно на първата състои въ това, гдѣто доходи да се изображаватъ числа съ твърдѣ голѣмо число знакове, и още въ това, че дѣйствиията съ числа ставатъ сложни и мѣчни, защото нито въ едната, нито въ другата иматъ знакъ, който да отговаря на нулата.

ПИТАНИЯ.

1) Що ни учи писменното броение? Каква разлика има между цифра и число?

2) Колко цифри употрѣбляваме за да изображаваме числата?

3) За какво ни служи нулата?

4) Какъ изображаваме съ десѣтъ цифри всякакви числа?

5) Напишете число двадесѣтъ и шестъ десятици и три единици? (Тукъ трѣбва да се задаватъ много примери за упражнение).

6) Какъ се пише всяко многозначно число?

7) Какъ трѣбва да изричаме число написано съ цифри?

III.

ДѢЙСТВИЯ СЪ ЦѢЛИ ЧИСЛА.

9. Единъ ученикъ купилъ книга за 35 гр. и у него остави още 55 гр., колко пари е ималъ прѣди да купи книгата? За да се отговори на това питаніе, *трѣбва отъ дѣтѣ дадени числа*: едното, което показва, колко пари е далъ за книгата, и другото, което показва колко пари му сѣ останали, *да се състави ново число*, което да показва, колко сѣ били всичкитѣ му пари.

Да рѣчемъ още, че се пита: отъ 15 листове хартия направени два слистѣка; за единий отишли 6 листове; колко листове сѣ отишли за другия? И въ този случай *отъ дѣтѣ дадени числа*: едното, което показва, колко е била всичката хартия, и другото, което показва, колко листове хартия е употрѣбена за единий слистѣкъ, *трѣбва да намеримъ ново число*, което да показва, колко листове сѣ останали за другия слистѣкъ.

Въобще кога искаме да рѣшимъ нѣкои практически питання, всякога доходи, та отъ двѣ или дори отъ нѣколко дадени числа да съставяме нови. Това постигаме, като правимъ различни дѣйствиия надъ даденитѣ числа. Отъ дѣйствиията *четире* се наричатъ *главни* или *основни*, защото тѣ служатъ за основание на всички други дѣйствиия. Тѣзи четире основни дѣйствиия сѣ: *събиране, изваждане, умножение и дѣление*. Да разглѣдаме понапрѣдъ дѣйствиията съ цѣли числа.

Събиране.

10. Колко ябълки имаме въ три кошнички, ако въ първата има 56 ябълки, въ втората 40, въ третата 32 ябълки? За да отговоримъ на това питаніе, трѣбва отъ тритѣ дадени числа, отъ които всяко показва, колко ябълки има въ всяка кошничка, да съставимъ ново число,

което да показва, колко ябълки има въ всичкитѣ три кошнички. Това число можаше да се намери съ едно смѣтане, именно: при числото на ябълкитѣ, които се намиратъ въ първата кошничка, можахме да прѣброимъ по една всичкитѣ ябълки, които се намиратъ въ втората, и сетнѣ при полученото число да прѣброимъ пакъ по една и всичкитѣ ябълки, които се намиратъ въ третата. При това броение всяка ябълка щеше да е единица, и *полученото число щеше да съдържа въ себе си толкова единици, колкото ги имаше въ първото число 56, въ второто 40 и въ третото 32 заедно*. Нѣ ние можахме да съставимъ по-скоро това ново число, ако бѣхме произвели надъ даденитѣ числа 56, 40 и 32 дѣйствието, което се нарича *събиране*. И така *събирането е такава дѣйствие, по което отъ двѣ или нѣколко числа съставлява се ново число, което да съдържа толкова единици, колкото се намиратъ въ всичкитѣ дадени числа*. Числата, които трѣбва да се събиратъ, наричатъ се *събираеми*; а числото, което се получава отъ тѣхъ, нарича се *сборъ* или *сумма*. За да се покаже, че нѣколко числа трѣбва да се събератъ, пише се между събираемитѣ бѣлѣгъ +, който се нарича *плюсъ*. Суммата пишатъ подиръ послѣдното събираемо, като го отдѣлятъ отъ нея съ бѣлѣгъ =, който се нарича *бѣлѣгъ за равенство*. Тѣй, за да покажемъ, че 5 трѣбва да съберемъ съ 9, пишемъ $5+9$; или ако имаме написано $1+1=2$, това показва, че единица дава сборъ двѣ или два.

Да разглѣдаме сега какъ се събиратъ числата.

11. Събиране на еднозначни (еднобѣлѣзни) числа.

Нѣка ни е дадено да съберемъ нѣколко еднозначни числа, напр. 5, 3, 2 и 6. За това притуряме при число 5 по една всичкитѣ единици, отъ които състои второто число, както 5 и 1—6, 6 и 1—7, 7 и 1—осемъ; при полученый сборъ 8 притуряме пакъ по тоя начинъ всичкитѣ единици на третето число 2, и щемъ имаме 10; най-сетнѣ,

като притуримъ при полученыйъ сборъ 10 по една единица всичкитѣ единици отъ четвъртото число 6, щемъ имаме общъ сборъ 16. И така $5+3+2+6=16$.

Трѣбва да навикнемъ да събираме еднозначнитѣ числа отведиждъ, напр. 5 и 3—осемъ, 8 и 2—десять, 10 и 6—шестнадесять.

Ние събираме даденитѣ числа, първото съ второто и т. н. до послѣдното; нѣ ако начнемъ да събираме наопаки, отъ послѣдното или отъ сръдното събираемо, то щемъ получимъ пакъ тоя сборъ, стига само да съберемъ всичкитѣ дадени събираеми и сборътъ ще бѣде сѣщитъ. Отъ тукъ се види, че *сборътъ се неизмѣнява отъ промѣнението реда на събираемитѣ*.

12. Събиране на многозначни числа. Нека ни е дадено да съберемъ нѣколко многозначни числа, напр. 867, 345 и 537. Ако притуримъ при първото число 867, по една всичкитѣ 345 единици, отъ които състои второто число; сетнѣ при получената сумма да притуряме всичкитѣ единици, отъ които състои числото 537 за това ще ни трѣбва много време и ще е доста мъчно. А по-лесно е да си направимъ събирането така: да съберемъ единицитѣ на всичкитѣ дадени числа, да съберемъ и десятицитѣ имъ, стотинитѣ имъ и т. н.; тогава щемъ имаме да събираме само еднозначни числа; а сборътъ, който съдържа въ себе си всичкитѣ единици, всичкитѣ десятици, всичкитѣ стотини на даденитѣ числа, ще състои отъ толкова прости единици, колкото ги има въ всичкитѣ събираеми числа. За да не би да съберемъ единици отъ различни редове, за това пишемъ числата едно подъ друго тѣй, щото да дойдатъ единици подъ единици, десятици подъ десятици, стотини подъ стотини и т. н.

$$\begin{array}{r} 867 \\ + 345 \\ \hline 537 \end{array}$$

Подъ послѣднето събираемо теглимъ чърта и за-
хващаме да събираме цифритѣ отъ първийтъ стълбецъ
на дѣсно: 7 и 5—12, 12 и 7—19 единици, сир. една
десятица и 9 единици. Цифра 9 подписваме подъ едини-
цитѣ, а 1 десятица, както казватъ, задържае на умъ и
сетиѣ я притуряе при десятицитѣ.

Сетиѣ събираме десятицитѣ: 6 и 4—10, 10 и
3—13, и 1 една десятица, която задържае на умъ,
—14 десятици, сир. 1 стотица и 4 десятици. Подпис-
ваме 4 подъ десятицитѣ, а 1 стотица задържае на умъ.

Най-сетиѣ събираме стотинитѣ: 8 и 3—11, 11
и 5—16 и 16 и 1 стотница, която задържае на
умъ, —17 стотини. Това число цѣло подписваме подъ
стотинитѣ, защото нѣма единици отъ слѣдующий редъ
въ събираемитѣ. И така сборътъ на всичкитѣ три да-
дени числа ще е 1749.

Ние начнахме числата отъ дѣсно само за това за
да би ни било по-лесно да придаваме задържаната
цифра на умъ, на сбора отъ цифритѣ на слѣдующия
отлѣво стълбецъ: другояче щеше да дойде тъй щото
подъ всякой стълбецъ да се промѣнува написаната по-
напредъ цифра, преди да се събержтъ цифритѣ на слѣ-
дующия отлѣво стълбецъ.

Сега нека почнемъ пакъ отъ лѣво да събираме прѣ-
дидущия примѣръ. Като съберемъ числата въ първийтъ
стълбъ на лѣво, щемъ имаме 16; това число трѣбвало
би да напишемъ подъ първийтъ стълбъ; нъ като събе-
ремъ десятицитѣ, щемъ имаме 13 десятици сир. 3 деся-
тици и 1 стотица; тази стотица трѣбва да притуримъ
при полученитѣ 16 стотици; и така написаната по-
напредъ цифра 6 трѣбва да заличимъ и на мѣстото ѝ
да напишемъ 7. Тѣй сжщо, като съберемъ единицитѣ,
щемъ видимъ, че и цифра 3, която написахме подъ
десятицитѣ трѣбва да промѣнимъ на 4, понеже отъ
сборътъ на единицитѣ щемъ получимъ число 19, което

сѣстои отъ 9 единици и 1 десятица, която трѣбва да
притуримъ при полученитѣ по-напредъ 3 десятици. Отъ
казаното ясно се види, че ако начинаме да събираме отъ
дѣсно, тогава не е нужда да заличаваме написенитѣ цифри
за да притуряе при тѣхъ полученитѣ нови отъ сжщитѣ
редъ цифри.

Кога сбора на цифритѣ въ всякой стълбецъ не е
повече отъ 9, тогава все едно е, отъ гдѣто и да на-
чнемъ да събираме, отъ дѣсно или отъ лѣво, или най-
сетиѣ отъ срѣдата нѣкадѣ.

И така, кога да събираме двѣ или нѣколко мно-
гозначни числа, събираемитѣ подписваме едно подъ
друго така, щото единицитѣ отъ единъ редъ да сто-
ятъ на единъ правъ стълбецъ, сир. единици подъ еди-
ници, десятици подъ десятици, стотини подъ сто-
тини и т. н.

Подъ послѣднето събираемо число теглимъ прѣка
чърта и сетиѣ начинаме отъ дѣсно, та събираме
най-напрѣдъ проститѣ единици или цифритѣ отъ
първий стълбъ; ако сборътъ имъ не е повече отъ 9,
пишемъ го подъ стълба на единицитѣ. Ако ли пакъ
е повече отъ 9, тогава подъ стълба на единицитѣ
подписваме само сбора на единицитѣ, а съставенитѣ
десятици притуряе при сбора на десятицитѣ и т.
н. дори до послѣднийтъ стълбъ, подъ който подпи-
сваме напълно сичкийтъ сборъ отъ неговитѣ цифри.
Полученното число, което подписваме подъ чъртата
ще бѣде исканийтъ сборъ.

Примѣри. 1. $3067 + 5789 + 23 + 205 + 70 + 1028$.

3067
5789
23
205
70
1028

Сборъ 10182

2. $378 + 2069 + 680 + 3009 = 6136$.

3. $502 + 618 + 39 + 8 + 1275 = 2442$.

13. Ако ни е дадено да съберемъ твърдѣ многу числа, тогава можемъ да съберемъ по-напрѣдъ нѣколко отъ тѣхъ, сетнѣ други нѣколко, най-сетнѣ останалитѣ подиръ това да съберемъ всичкитѣ получени сумми.

Наприм. $508+1017+32+48+206+1009+306+5403+709+918+80+5+1230+4+1037+2938+75+6$.

Тука ни е дадено да съберемъ 18 числа; събираме прѣвитѣ шестъ, сетнѣ другитѣ шестъ и най-сетнѣ послѣднитѣ шестъ, тогава щемъ имаме три сумми 2820, 7411 и 5290. Като съберемъ тѣзи сумми, щемъ имаме число 15521, което щехме да получимъ, ако съберяхме всичкитѣ осъмна-десетъ събираеми на едно.

14. При събиранieto на даденитѣ числа може да стане грѣшка, особно ако събираемитѣ сж много; тогава полученiй сборъ не ще бѣде правъ. Напр. ако ни дадатъ да съберемъ $378+506+419$ и кажехмe 9 и 6 трина-десетъ, и $8-20$ и сетнѣ събирахмe вѣрно, тогава щемъ получимъ сборъ отъ 1300; това не е вѣрно, защото 9 и 6 прѣвятъ не 13, а 15, и истинската сумма е 1303, а не 1300. Подобна грѣшка можемъ да направимъ, кога извършваме и други дѣйствiя съ числата, като щемъ видимъ това по-сетнѣ. За това потрѣбно е да знаемъ начинъ, съ който да познаваме, вѣрно ли е направено дѣйствието или не; съ други думи, трѣбва да направимъ *повѣрката* му. За да направимъ повѣрката на събиранieto, трѣбва да съберемъ числата изново, само по другъ редъ, сир. ако бѣхмe събирали отъ долъ на горѣ, сега да почнемъ отъ горѣ на долу и наопаки; или прѣмѣстѣмe мѣстата на събираемитѣ и събираме ги изново; тѣй сжщо можемъ да оставимъ едно събираемо, а осталитѣ да съберемъ и при сбора имъ да притуримъ и оставеното събираемо; ако излѣзе сжщото число, което имавмe и до повѣрката, това ще каже че събиранieto е направено право. Напр., ако искаме да повѣримъ $789+508+617+2348=4382$, съ-

бираме само $789+508+617$, отъ тѣхъ щемъ имаме сборъ 1914; като притуримъ при този сборъ и оставеното съ-бираемо 2348, щемъ имаме сборъ 4262; тѣй като първомъ получихмe сборъ 4382, то или при събиранieto сме по-грѣшили, или при повѣрката. Като ги съберемъ повторно, щемъ видимъ, че сме сгрѣшили първомъ и истинската сумма е = 4262.

15. *Всяко питание, съ което се дири едно или нѣколко непознати числа чрѣзъ различни дѣйствiя надъ дадени числа, нарича се задавка. Да се рѣши една задавка — ще рѣче да се опрѣдѣлятъ непознатитѣ числа чрѣзъ даденитѣ, като направимъ надъ тѣхъ рѣзлични дѣйствiя.*

16. Събиранieto се употрѣбѣва, кога рѣшаваме таки-ви задавки, въ които се търси число, равно на нѣколко дадени числа, вземени заедно; или кога нѣкое число трѣ-бва да се увеличи съ толкова единици колкото ги има въ друго число. Напр.

1. *Въ едно училище има 4 класове: първий има 29 ученици, вторий 35, третий 31, и четвъртий 17. Колко ученици сж въ училището?*

За да рѣшимъ това питанне трѣбва отъ 4-тѣ да-дени числа 29, 35, 31 и 17 да съставимъ едно което да е равно на всичкитѣ, слѣдователно трѣбва да ги събере-мъ: $29+35+31+17=112$; и така въ училището има 112 ученика.

2. *За колко трѣбва да се продаде една стока, която струва 650 гр., за да се спечелятъ отъ нея 84 гр.?*

Стоката трѣбва да се продаде по-скжпо, отъ кол-кото струва и то за толкова гр. повече, колкото печелж искаме да получимъ. Слѣдователно число 650 трѣбва да увеличимъ съ 84 единици, сир. трѣбва да съберемъ 650 съ 84. И така стоката трѣбва да продадемъ за $650+84=734$.

Трѣбва да забѣлѣжимъ, че при рѣшеніето на тези задачи, ние събирахме даденитѣ числа като да бѣхж отвлѣчени, и само въ сбора помянахме за наименованіето на тая единица, за която ся говореше именно въ първата задача 112 ученици, а въ втората 734 гр.

ПИТАВІЯ.

1. Що е събиране? Какъ се наричатъ числата, които ни сж дадени да съберемъ, и числото, което се получава отъ това дѣйствиє? Какъ се нарича бѣлѣгътъ на събираніето? Какъ се пише? Гдѣ се тура?

2. Какъ се събиратъ еднозначни числа? Многозначни числа?

3. Защо събираемитѣ числа се подписватъ едно подъ друго тѣй, щото единицитѣ отъ единъ и сжщій редъ да се пишятъ въ единъ отвѣсенъ стѣлбъ?

4. Защо начинаме да събираме отъ дѣсно?

5. Кага можемъ да събираме и отъ лѣво и отъ срѣдката?

6. Когато събираемитѣ числа сж твърдѣ много, какъ е по-добрѣ да събираме?

7. Какъ става повѣрката на събираніето?

8. Можемъ ли да събираме, ако не подпишемъ числата едно подъ друго?

9. Какъ увеличаваме даденото число съ нѣколко единици?

10. Да увеличимъ 7 съ петъ; 8 съ двадесетъ и деветъ?

Изваждане.

11. Отъ 27 листове хартия вземени 15 листове; колко сж останали? За да рѣшимъ това питаніе, трѣбваше отъ 27 листове, да вадимъ единъ по единъ всичкитѣ 15 листове, които сж вземени, и сѣтне да прѣброимъ останалитѣ листове. При това смѣтаніе всякой листъ ще е единица, за това и отъ число 27 ще липсатъ толкова единици, колкото единици има въ себе

си другото число 15. При рѣшеніето на това питаніе — отъ даденитѣ двѣ числа съ просто смѣтаніе щемъ имаме ново число, като вземемъ отъ голѣмото число толкова единици, колкото ги има по-малкото; нѣ това ново число може да се намѣри по-скоро, ако произведемъ надъ даденитѣ числа дѣйствието, което се нарича *изваждане*. И така *изваждане е дѣйствиє, по което отъ даѣ дадени числа съставляваме трете, като изваждаме отъ по-голѣмото толкова единици, колкото ги има въ по-малкото*.

Числата, които ни се даватъ за изважданіето, иматъ тия имена: Онова, отъ което вадимъ, нарича се *умаляемо*; онова, което се вади нарича се *умалителъ*; а числото, което се получава, нарича се *остатѣкъ* или *разлика*. За да се покаже, че едно число трѣбва да се извади отъ друго, пише се помежду имъ бѣлѣгъ — който се нарича *минусъ* или *безъ*. При това по-напрѣдъ се пише умаляемото, сетнѣ минусътъ, най-сетнѣ умалителътъ; така за да покажемъ, че 15 трѣбва да се извадятъ изъ 27, пишемъ 27—15.

18. Изваждане еднозначно число изъ еднозначно.

Нека ни е дадено да извадимъ еднозначно число изъ еднозначно, напр. 5 изъ 8. За да направимъ това, трѣбва изъ 8 едно по друго да вадимъ по една всичкитѣ единици, които съдържа 5-тѣ, тѣй напр. 1 като извадимъ изъ 8 остая 7, 1 изъ 7—6, 1 изъ 6—5, 1 изъ 5—4, 1 изъ 4—3. Последнѣто число ще е исканата разлика. За по-скоро трѣбва да навикнемъ да вадимъ еднозначнитѣ числа одведнѣжъ, като казваме 5 изъ 8—три, 4 изъ 9—петъ, двѣ изъ 8—шестъ и т. н.

19. Изваждане еднозначно число изъ многозначно.

Тѣй сжщо става и изважданіето на еднозначно число изъ многозначно. Нѣка напр. извадимъ 6 изъ 23. Както се каза и горѣ, трѣбва да вадимъ изъ 23 едно по друго всичкитѣ 6 единици, отъ които състои по-малкото число,

като казваме: 1 изъ 23—22, 1 изъ 22—21, 1 изъ 21—20, 1 изъ 20—19, 1 изъ 19—18, 1 изъ 18—17. Последното число (17) ще да е исканата разлика. И въ този случай, трѣбва да навикнемъ да изваждаме отведнѣжъ; тъй напр. 8 изъ 13—петъ, 7 изъ 16—девятъ, 3 изъ 11—осемъ; 5 изъ 24—деветнаесѣтъ, 9 изъ 83—седемдесѣтъ и четири и т. н.

20. Изваждане на многозначни числа. Нѣка ни е дадено да извадимъ 2535 изъ 7839. Ако вадимъ отъ по-голѣмото число по една всичкитѣ 2535 единици, които се съдържатъ въ по-малкото число, това ще е доста мѣчно и изискува много време; затова по-добрѣ е да съкратимъ тази работа тъй: Написваме умалителътъ подъ умаляемото тъй, щото единици да дойдатъ подъ единици, десетици подъ десетици и т. н. Подъ умалителътъ теглимъ чърта.

$$\begin{array}{r} 7839 \\ - 2535 \\ \hline 5304 \end{array}$$

Да начнемъ сега да вадимъ единици изъ единици, десетици изъ десетици, стотини изъ стотини, и т. н. Тогавъ щемъ имаме да вадимъ само еднозначни числа, а това вече знаемъ, какъ става; и така щемъ извадимъ отъ по-голѣмото число единицитѣ, десетицитѣ, стотинитѣ и хилядитѣ, що се съдържатъ въ по-малкото число. Напр. 5 единици да извадимъ изъ 9 остатъкъ 4 единици, които пишемъ подъ единицитѣ. Послѣ вадимъ 3 десетици изъ 3 десетици, за остатъкъ не остана нищо, затова подъ десетицитѣ пишемъ 0. Сетиѣ вадимъ 5 стотини, изъ 8 стотини, намираме 3 стотини, които пишемъ подъ стотинитѣ. Най-сетиѣ, като извадимъ 2 хиляди изъ 7 хиляди, за остатъкъ щемъ имаме 5 хиляди, които пишемъ подъ хилядитѣ. Полученото число 5304 ще е исканийтъ оста-

тъкъ. Да вземемъ другъ примѣръ. Да извадимъ 5496 изъ 12053.

$$\begin{array}{r} 12053 \\ - 5496 \\ \hline 6557 \end{array}$$

Тукъ срѣщаеме мѣчнотии; защото 6 единици не можемъ да извадимъ изъ 3 единици. Затова вземаме, отъ 5-тѣ десетици една, която раздробяваме на 10 единици и ги придаваме на 3-тѣ, изъ които искаме да вадимъ. Сега 6 единици можемъ да вадимъ изъ 13, остатъкъ 7 пишемъ подъ единицитѣ; а за да не забравимъ, че отъ 5 десетици заехме една, надъ цифрата 5 туряме точка.

Подиръ това трѣбва да извадимъ 9 десетици изъ 4 десетици, което тъй сѣщо не може да стане; затова трѣбаше да вземемъ отъ стотицитѣ една; нѣтъ тъй като стотици въ умаляемото съвсѣмъ нѣма, и на мѣстото имъ стои 0, то вземаме отъ първата слѣдъ нулата значуща цифра една единица, сирѣчь една хилядница, която дробимъ на 10 стотини и 9-тѣ отъ тѣхъ придаваме при нулата, а останалата една стотица дробимъ на 10 десетици, които и притуряме при 4-тѣ, отъ които по-напрѣдъ неможяхме да вадимъ, а надъ хилядницитѣ 2 туряме точка; сега 9 десетици трѣбва да извадимъ изъ 14 десетици, и за остатъкъ щемъ имаме 5 десетици. Цифра 5 подписваме подъ десетицитѣ. Слѣдующата цифра 4 трѣбва да вадимъ веќе не изъ нула, а изъ 9, остатъкъ щемъ имаме 5; цифра 5 подписваме подъ стотицитѣ. Най-сетнѣ 5 хиляди като извадимъ изъ 11 хиляди, остатъкъ щемъ имаме 6 хиляди; цифра 6 пишемъ подъ хилядитѣ. Исканата разлика ще е 6557.

И така, за да извадимъ многозначно число изъ многозначно, пишемъ умалителътъ подъ умаляемото, така щото да дойдатъ единици подъ единици, десетици подъ десетици, стотини подъ стотини и т. н.

Подъ умалителя теглимъ чѣрта и пишемъ остатѣка подъ нея.

Послѣ начинаме да вадимъ отъ първата цифра отъ дѣсно къмъ лѣво и остатѣка имъ пишемъ подъ сѣжия стѣлбъ подъ чѣртата.

Ако въ умаляемото число отъ нѣкой редъ се случи цифра по-малка отъ цифрата на умалителя отъ сѣжия редъ, то отъ цифрата отъ слѣдующий по-голѣмъ редъ въ умаляемото заемаме една единица и я събираме съ по-малката цифра, отъ която неможахме да вадимъ; послѣ отъ тая цифра, увеличена въ десѣтъ, вадимъ съотвѣтствующата цифра въ умалителя.

Ако ли слѣдующата цифра е нула, то заемаме отъ първата слѣдующа подиръ нулата значуща цифра една единица и придаваме 10 при тая цифра отъ която трѣбваше да вадимъ; а нулата броиме за 9. Тѣй сѣщо постѣпваме, и ако имаме въ умаляемото нѣколко нули на редъ.

Бѣлѣжка. Ако цифритѣ на умалителя сѣ по-малки отъ съотвѣтствующитѣ цифри на умаляемото, то все едно е, отъ лѣво ли почнемъ да вадимъ или отъ дѣсно; напр. изъ 768 да извадимъ 326; 3 изъ 7—4; 2 изъ 6—4; 6 изъ 8—2; и тѣй $768 - 326 = 442$. Нѣ ако нѣкои цифри отъ умалителя сѣ по-голѣми отъ съотвѣтствующитѣ цифри на умаляемото, то изважданието става по-лесно, ако почнемъ отъ дѣсно къмъ лѣво.

Да кажемъ напр., че искаме да извадимъ 2837 изъ 7465; да почнемъ да вадимъ отъ лѣво; 2 изъ 7 петъ; 8 изъ 4 неможе да се извади; тогава трѣбва да земемъ една единица отъ 7 хилядници и като извадимъ 8 изъ 14; щемъ получимъ 6; нѣ хиляди останѣхъ веке 6, а 2 изъ 6—4; слѣдователно въ остатѣка написаната цифра 5 трѣбва да се измѣни на 4; сетнѣ—3 изъ 6—3; 7 изъ 5 не може да се извади, затова трѣбва да заземемъ единица отъ 6-тѣ десѣтици; тогава и цифрата 3, която веке написавме въ остатѣка трѣбва да измѣнимъ на 2.

21. Нека се повърнемъ къмъ задѣтка, когото рѣшавахме по-напрѣдъ: изъ 27 листа хартия извадено 15;

колко листа остоятъ? За да отговоримъ на това питаніе вадимъ 15 изъ 27 и намираме, че ни остоятъ 12 листа. Разбира се, че ако земенитѣ 15 листа пакъ притуримъ при 12, които остоятъ, то щемъ получимъ пакъ предишното число листове, сир. 27.

И така ако при остатѣка притуримъ умалителя, ще се получи умаляемото; или умаляемото е равно на умалителя, събранъ съ остатѣка. Освѣнъ това, тѣй като трѣбва да притуримъ 12-тѣ листове при 15-тѣ за да получимъ 27 листове, то отъ това се вижда, че 27 листове сѣ повече отъ 15 съ дванадесѣтъ листове. И така, разликата показва, колко единици умаляемото има повече отъ умалителя или съ що е по-малкъ умалительтъ отъ умаляемото.

Тѣй като умаляемото е равно на умалителя събранъ съ разликата, то на умаляемото можемъ да глѣдаме като на сборъ, а на умалителя и разликата, като на събираемни числа. Още тѣй като при изважданието ни се даватъ двѣ числа: умаляемо, сир. сборъ и умалитель, сир. едно отъ събираемитѣ, та търсимъ по тѣхъ ново число — разликата, сир. другото събираемо, то можемъ да кажемъ, че изважданието е таково дѣйствие, съ което чрѣзъ дадената сума и едно отъ събираемитѣ намираме другото събираемо.

22. Повѣрката на изважданието. Отъ горѣказаното се види, че за да направимъ повѣрка на изважданието, трѣбва да съберемъ разликата съ умалителя, и ако изважданието и събираніето сѣ направени право, суммата трѣбва да е равна съ умалителя.

Нѣка ни е дадено да извадимъ 7864 изъ 15142. Написваме умалителя подъ умаляемото и вадимъ:

$$\begin{array}{r} 15142 \\ - 7864 \\ \hline 7278 \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 7278 \\ + 7864 \\ \hline 15142 \end{array}$$

Каго съберемъ умалителя 7864 съ разликата 7278 получваме 15142, сир. умаляемото; и така изважданието е направено право.

23. Съ изважданието мажемъ да намираме разликата между двѣ числа, или съ що е по-голѣмо или по-малко едно число отъ друго, или да умалимъ нѣкое число съ нѣколко единици, или съ дадено цѣло и една отъ частитѣ му да намѣримъ другата часть. Тѣй напр.

1. *Азъ имамъ 284 гр., а братъ ми 597 гр.; колко гроша братъ ми има повече отъ мене?* За да отговоримъ на това питанне трѣбва да намѣримъ 597 гр. съ що сж повече отъ 284 гр., слѣдователно трѣбва да извадимъ 284 изъ 597; разликата е 313; и така братъ ми има 313 гр. повече отъ мене.

2. *Единъ търговецъ продалъ стока за 2560 гр. и отъ тази продавъ е спечелилъ 385 гр.; той самъ за колко е билъ купилъ стоката?*

За да отговоримъ на това питанне, трѣбва да намѣримъ едно число, което да е по-малко отъ 2560 гр. съ 385 гр., сир изъ 2560 да извадимъ 385; остатъкъ имаме 2175; и така търговецътъ е купилъ стоката за 2175 гроша.

3. *Отъ 125 аршина сукно, останало само 94 арш.; колко е продадено отъ това сукно?* Тука ни е дадено цѣлото число и една отъ частитѣ му, та трѣбва да намѣримъ другата му часть; и така вадимъ 94 изъ 125; $125 - 95 = 31$; продаденото сукно е 31 аршинъ.

ПИТАНИЯ.

1. Що е изваждане? Какъ се наричатъ даденитѣ за изваждане числа? Какъ се нарича числото, което се получава при изважданието? Какъ се нарича бѣлѣга на изважданието? Какъ се пише (бѣлѣга)? Гдѣ се туря?

2. Какъ се изваждатъ многозначни числа?

3. Защо начинаме да вадимъ отъ дѣсно?

4. Можемъ ли да начинаме да вадимъ и отъ лѣво?

5. Кога е все-едно отъ лѣво ли да вадимъ или отъ дѣсно?

6. Защо, когато заемаме отъ нѣкоя цифра на умаляемото единица, ние намѣсто нея придаваме на слѣдующата слѣдъ нея на дѣсно цифра, а не друго нѣкое число?

7. Какъ става умаляемо отъ умалителя и разликата?

8. Какъ става повѣрката на изважданието?

9. Сборътъ на двѣ числа е 17; едно отъ тѣзи числа е 9; да се намѣри другото?

10. Изъ кое число трѣбва да се извади 7, за да получимъ остатъкъ 5?

11. Що става въ едно число, ако извадимъ изъ него 8?

12. Азъ си написалихъ едно число; ако се извади изъ него 7, то щемъ имамъ остатъкъ 16. Кое е това число, което съмъ написали?

13. Разликата на двѣ числа е 9; по-голѣмото число е $= 15$; да се намѣри по-малкото?

14. Колко трѣбва да се извади изъ 24, за да се получи остатъкъ 17?

15. Да се намѣри едно число, което да е съ 9 единици по-малко отъ 15?

16. Разликата на двѣ числа е 15; по-малкото число е 7; да се намѣри по-голѣмото?

17. Кога знаемъ умаляемото и разликата, какъ можемъ намѣри умалителя?

24. **Употрѣбление способности при събиране и изваждане.** Да положимъ, че ни е дадена слѣдующата задача: *сборътъ на числа 245, 126, и 39, да се извади изъ разликата на числа 1438 и 964 и получената разлика да се извади изъ 75.* За да рѣшимъ тая задача, трѣбва първѣ да съберемъ 245, 126 и 39, отъ които щемъ найдемъ сборъ 400; послѣ да извадимъ 964 изъ 1438, отъ които щемъ найдемъ разлика 474; изъ разлика 474 трѣбвало би да извадимъ найдений сборъ 400, та да получимъ при това нова разлика 74 и най сетѣ като извадимъ тая послѣдня разлика 74 изъ 75, да найдемъ разлика 1. По тоя начинъ въ дадената задача доходи ни да правимъ дѣйствия съ даденитѣ числа, послѣ съ резултатитѣ, поличени отъ тия дѣйствия, да произвож-

даме нови дѣйствия и т. н. Всички тия послѣдователни дѣйствия можемъ написа наеднажъ. Заради това трѣбва да назначимъ испрвъ тия дѣйствия, които трѣбва да произведемъ непосредственно съ даденитѣ числа. У насъ такива дѣйствия сж двѣ: трѣбва да съберемъ числа 245, 126 и 39 и да извадимъ 964 изъ 1438. Споредъ това да напишемъ $245+126+39$ и $1438-964$, и за да се покаже, какво резултатътъ отъ първото дѣйствие т. е. сборътъ на първитѣ три числа трѣбва да се извади изъ резултата на другото дѣйствие т. е. изъ разликата на двѣтъ послѣдни, ние заключаваме и двѣтъ тия изражения въ скоби и поставяме между тѣхъ знакъ минусъ; т. е. да напишемъ: $(1438-964) - (245+126+39)$. Ако да не напишахме скоби въ второто изражение, а само въ първото, т. е. ако напишахме $(1438-964) - 245+126+39$, то това щѣше да показва, че изъ разликата на първитѣ двѣ числа трѣбва да извадимъ само едно число 245, а не всички сборъ, както трѣбаше да направимъ това. А колкото за изражение $1438-964$, трѣбва да знаемъ, че него могло би и да не заключаваме въ скоби, т. е. могло би да го напишемъ просто $1438 - 964 - (245+126+39)$; резултатътъ отъ дѣйствието въ тоя случай ще бѣде сжщи както и напредъ, т. е. 74, нъ защо написаното изражение трѣбвало би да четемъ така: изъ числото 1438 да извадимъ първъ 964, а послѣ да извадимъ сбора на числа 245, 126 и 39, то за да би се изразило по-точно условieto на задавката, какво сборътъ трѣбва да се извади изъ разликата, на числа 1438 и 964, ние и първото изражение, т. е. $1438-964$, такожде заключаемъ въ скоби. По-нататкъ, понеже въ задавката се иска новата разлика, получена отъ изваждане сбора на $245+126+39$ изъ разлика на $1438-964$, да се извади още изъ 75, то ние показваме това, като заключимъ изражение $(1438-964) - (245+126+39)$ въ нови скоби и отдѣлимъ го съ знакъ минусъ отъ 75 т. е. като напишемъ:

$$75 - \{(1438 - 964) - (245+126+39)\}.$$

Ние видѣхми, че, като произведемъ всичкитѣ показани дѣйствия, щемъ получимъ резултатъ, равенъ съ 1; слѣд.

$$75 - \{(1438 - 964) - (245+126+39)\} = 1.$$

Да вземемъ още една такъва задавка: изъ разликата на числа 597 и 343, увеличена съ разликата на числа 245 и 168, да се извади разликата на 1000 и сбора на числа 325, 150 и 200. За да означимъ редъ на тия дѣйствия, ние написваме разликитѣ на 597 — 349 и 245 — 168, заключаваме разликитѣ на 597 — 349 и 246 — 168 заключаваме всяко отъ тия изражения въ скоби и поставяме между тѣхъ знакъ плюсъ, т. е. написваме $(597 - 349) + (245 - 168)$. Защото споредъ условieto на задавката, изъ резултата на тия дѣйствия трѣбва да извадимъ разликата получена отъ изваждане сбора на $325+150+200$ изъ 1000, то, като напишемъ $1000 - (325+150+200)$, ние заключаваме всичкото това изражение въ нови скоби и отдѣляме съ знакъ минусъ отъ прѣдидѣщото, заключено такожде въ нови скоби, т. е. написваме:

$$\{(597 - 349) + (245 - 168)\} - \{1000 - (325 + 150 + 200)\}.$$

Като произведемъ всичкитѣ показани дѣйствия, щемъ найдемъ, че резултатътъ е равенъ съ нула, слѣдователно $\{(597 - 349) + (245 - 168)\} - \{1000 - (325 + 150 + 200)\} = 0$.

И така, ако бѣде потребно да се покаже, че с резултатъ, полученъ отъ събирания или изважания на дадени числа, трѣбва да произведемъ ново събирание или изваждане, то го заключаваме първъ въ скоби и съединяваме съ знакъ + или — съ друго число или с другия подобенъ резултатъ.

25. Наопаки, ако би било написано такъво изражение $\{(35 - (148 - \{(123)\} - 45 + 8 + 6) - 53\}$, то то

трѣбва да прочетемъ така: изъ резултатъ, полученъ отъ изваждане разлика на 148 и 123 изъ число 35, да се извади резултатъ, полученъ отъ изваждане 53 изъ сбора на числа 45, 8 и 6. Споредъ това трѣбва първъ да извадимъ 123 изъ 148, и получената разлика да извадимъ изъ 35; слѣд. първий резултатъ е 10. Послѣ, като извадимъ 53 изъ $45 + 8 + 6 = 59$, щемъ найдемъ, че вторий резултатъ е 6, и най-сетнѣ, като извадимъ 6 изъ 10, щемъ найдемъ, че

$$35 - (148 - 123) = (45 + 8 + 6) - 53 = 4.$$

Да вземемъ още изражение:

$$[25 - (40 - 22)] + [(62 - 15) - 3] = 50.$$

Това казва: изъ сбора на резултати, получени отъ изваждане разлика на 40 и 22 изъ 45 и отъ изваждане 3 изъ разлика на 62 и 15, да се извадятъ 50.

$$40 - 22 = 18; \text{ слѣд. } 25 - (40 - 22) = 25 - 18 = 7. \\ 62 - 15 = 47; \text{ слѣд. } (62 - 15) - 3 = 47 - 3 = 44, \text{ слѣд. } \\ [25 - (40 - 22)] + [(62 - 15) - 3] = 50 = [7 + 44] - \\ - 50 = 51 - 50 = 1.$$

Измѣненіето на сбора и разликата.

26. Измѣненіето на сбора. Понеже сборътъ съдържа въ себе си тъкмо толкова единици, колкото ги има въ всичкитѣ събираеми, то ако притуримъ една или повече единици при нѣкое отъ събираемитѣ, и сборътъ ще се увеличи съ толкова единици. И наопаки, ако нѣкое събираемо се умали съ толкова единици то и сбора ще се умали съ толкова единици.

И така, ако при нѣкое събираемо притуримъ нѣкое число, то и сборътъ ще се увеличи съ сѣщото число.

Ако отъ нѣкое събираемо извадимъ нѣкое число, то и сборътъ ще се умали съ сѣщото число. Отъ горѣказаното слѣдва, че сбора се неизмѣнява, ако при

нѣкое събираемо притуримъ нѣколко единици а отъ друго събираемо извадимъ пакъ толкова единици.

Като знаемъ, че сборътъ се измѣнява, кога измѣнимъ нѣкое събираемо, лесно е да познаемъ що ще стане съ сбора ако се измѣнятъ нѣколко събираеми. Тѣй напр. пита се що ще стане съ сбора на 4 събираеми, ако при първото притуримъ 25, при четвъртото 8, и изъ второто извадимъ 15, и изъ 17? Отъ първото и четвъртото сборътъ ще се увеличи съ $25 + 8$, сир. съ 33 единици, а отъ второто и третото ще се умали съ $15 + 7$, сир. съ 22 единици. Понеже сборътъ се увеличава съ повече единици, нежели съ колкото се умалява, то той ще се увеличи, нѣ не съ 33 единици, а съ $33 - 22$, сир. съ 11 единици.

27. За измѣненіето на разликата. Единъ ученикъ ималъ 28 пари и отъ тѣхъ похарчилъ за круши 15 пари; колко пари му сж останѣли? Като извадимъ 15 изъ 28, щемъ намеримъ, че му сж останѣли 13 пари. Ако ученикътъ имаше петъ пари повече, сир. не 28, а 33 пари, а похарчилъ би пакъ 15 пари, то щяхъ да му останѣтъ не 13 пари, както по-напрѣдъ, а $33 - 15 = 18$ пари, сир. петъ пари повече отъ напѣдъ. Тукъ умалителътъ остана пакъ сѣщій, както и по-прѣди, а умаляемото се увеличава съ 5 единици. И така, ако умаляемото се увеличава съ нѣколко единици, то и разликата ще се увеличи съ сѣщото число единици.

Ако ученикътъ имаше петъ пари по-малко сир. не 28 пари, а само 23 пари, и похарчеше пакъ 15 пари, както и по-прѣди, то щяхъ да му останѣтъ $23 - 15 = 8$ пари, сир. по-малко отъ прѣдишнитѣ 13 пари пакъ съ петъ пари. И така, ако умаляемото се умали съ нѣколко единици, то и разликата ще се умали съ сѣщото число единици.

Ако ученикът похарчеше не 15 пари, а петъ повече, сир. 20, то щях да му останът не 13 пари като по-прѣди, а само 8 пари, сир. разликата щеше да се умали съ петъ единици. И така, ако *умалителятъ се увеличи съ нѣколко единици, то и разликата ще се умали съ сѣщото число единици.*

Ако ученикът похарчеше петъ пари по-малко сир. не 15, а 10 пари, то щях да му останът не 13 пари както по-прѣди, а 18 пари, сир. петъ пари повече. И така, ако *умалителятъ се умали съ нѣколко единици, то разликата ще се увеличи съ сѣщото число единици.*

Ако ученикът имаше не 28 пари, а петъ пари повече, сир. 33 пари, и похарчеше не 15 пари, а петъ повече, сир. 20, то щех да му останът $33 - 20 = 13$ сир. пакъ толкова пари, колкото и най-напрѣдъ.

Или, ако ученикът имаше петъ пари по-малко сир. 23 пари, и похарчеше и петъ по-малко, сир. 10 пари то щях да му останът $23 - 10 = 13$ пари сир. толкова колкото и по-прѣди. И така, ако *умалѣемото и умалителятъ се увеличатъ или умалѣятъ съ еднакво число, то разликата нѣма да се измѣни.*

Като знаемъ горѣказанитѣ, лѣсно можемъ да кажемъ да отговоримъ на долнитѣ питання:

1. *Какво ще стане съ разликата, ако при умалѣемото притуримъ 24, а отъ умалителя извадимъ 15?* Като притуриями при умалѣемото 24, увеличаваме и разликата съ 24 единици; вадимъ 15 отъ умалителя, увеличаваме разликата още съ 15 единици. И тъй разликата се увеличава на $24 + 15$, сир. на 39 единици.

2. *Какво ще стане съ разликата, ако при умалѣемото притуримъ 36, а при умалителя 48?* Ако бѣхме притурили и при едното и при другото по 36, то разликата не щеше да се измѣни; нѣ понеже при у-

малителя притурихме 48, сир. 12 единици повече, то разликата ще се умали съ 12 единици.

3. *Какво ще стане съ разликата, ако изъ умалѣемото извадимъ 10, а изъ умалителя 15?* Като извадимъ изъ умалѣемото 10 умалѣваме разликата съ 10; а като извадимъ изъ умалителя 15, увеличаваме разликата съ 15; слѣдователно разликата ще се увеличи съ 5.

4. *Какво ще стане съ разликата, ако изъ умалѣемото извадимъ 15, а при умалителя притуримъ 8?* Тукъ отъ измѣнението на умалѣемото разликата се умалѣва съ 15, а отъ измѣнението на умалителя съ 8; слѣдов. разликата ще се умали съ 23.

ПИТАНИЯ.

1. Какво ще стане съ сбора, ако едно отъ събираемитѣ увеличимъ съ нѣкое число?

2. Какво ще стане съ сбора, ако едно отъ събираемитѣ увеличимъ съ 5 или умалимъ съ 7?

3. Ако ни е дадено да съберемъ нѣколко числа; по погрѣшка при събиранieto взехи 17 намѣсто 20 и 13 намѣсто 16. Права ли ще е получената сума, и ако не е, то съ колко е по-голяма или по-малка отъ истинската сума?

4. Какво ще стане съ сбора, ако едно събираемо увеличимъ съ нѣколко единици, а друго умалимъ пакъ съ сѣщото число единици?

5. Какво ще стане съ сбора на три събираеми, ако първото увеличимъ съ 17 единици, второто умалимъ съ 6, а третето умалимъ съ 8 единици?

6. Разликата кога се увеличава? умалѣва? неизмѣнява?

7. Какво ще стане съ разликата, ако при умалѣемото притуримъ 25, а при умалителя 13?

8. Какво ще стане съ разликата, ако отъ умалѣемото извадимъ 25, а отъ умалителя 13?

9. Какво ще стане съ разликата, ако при умалѣемото притуримъ 17, а отъ умалителя извадимъ 40?

10. Какво ще стане съ разликата, ако отъ умалѣемото извадимъ 36, а при умалителя притуримъ 14?

Умножение.

28. Колко щѣтъ отсѣкѣтъ 5 аршина платно, на което аршинѣтъ се дава по 4 гроша? Понеже всякой отъ петъ-тѣ аршина струва по 4 гроша, то за да отговоримъ на горнето питанне, трѣбваше 4-тѣ да земемъ намѣсто събираемо 5 пѣти, сир. $4+4+4+4+4=20$. Тукъ новото число 20 е станѣло отъ даденитѣ числа 4 и 5 тѣй: едното число 4 се зема като събираемо 5 пѣти, сир. толкова пѣти, колкото единици се намиратъ въ другото.

Горнийтъ примѣръ чрѣзъ събиране рѣшихме лесно; нѣ ако искахме да знаемъ, колко щѣтъ струвать напр. 127 арш. платно, ако всякой арш. струва 4 гр., тогава трѣбваше 4 да земемъ като събираемо 127 пѣти, а пакъ това е и мѣчно и иска се много врѣме. Много по-скоро и по-лесно отъ даденитѣ числа може да се състави ново число, ако произведемъ надъ тѣхъ друго дѣйствие, което се нарича *умножение*. Слѣдов. *умножението е дѣйствие, чрѣзъ което отъ двѣ дадени числа съставлява се трете, като повторимъ едното число като събираемо толкова пѣти, колкото другото има единици.*

И тѣй да умножимъ 5 на 3 ще рѣче да земемъ 5-тѣ като събираемо 3 пѣти. Числото, което трѣбва да се повтори, нарича се *множимо*; числото, което показва, колко пѣти трѣбва да се повтори множимото, нарича се *множителъ*; а числото що се получава отъ умножението, нарича се *произведение*. Множимото и множителътъ се наричатъ още и *производители*.

За да се покаже, че едно число трѣбва да се умножи на друго, турятъ между имъ бѣлѣгъ $\times$ или точка ($\cdot$), който значи *умножено съ*. Така напр. $5 \times 3 = 15$, или $5 \cdot 3 = 15$.

29. Умножение еднозначно число на еднозначно. За да умножимъ еднозначно число на еднозначно, напр.

5 на 3, трѣбваше да земемъ 5-тѣ като събираемо 3 пѣти, и $5+5+5=15$ щеше да е исканото произведение. И така $5 \cdot 3 = 15$. Нѣ за да ни иде по-лесно, кога умножаваме еднозначни числа, трѣбва да знаемъ *на память* произведенията на всички еднозначни числа по-тѣмко. Всички такива произведения се намиратъ въ слѣдующата таблица, нарѣчена *таблица за умножение*.

Ето тѣзи таблица:

2.2=4	4.2=8	6.2=12	8.2=16
2.3=6	4.3=12	6.3=18	8.3=24
2.4=8	4.4=16	6.4=24	8.4=32
2.5=10	4.5=20	6.5=30	8.5=40
2.6=12	4.6=24	6.6=36	8.6=48
2.7=14	4.7=28	6.7=42	8.7=56
2.8=16	4.8=32	6.8=48	8.8=64
2.9=18	4.9=36	6.9=54	8.9=72

— —	— —	— —	— —
3.2=6	5.2=10	7.2=14	9.2=18
3.3=9	5.3=15	7.3=21	9.3=27
3.4=12	5.4=20	7.4=28	9.4=36
3.5=15	5.5=25	7.5=35	9.5=45
3.6=18	5.6=30	7.6=42	9.6=54
3.7=21	5.7=35	7.7=49	9.7=63
3.8=24	5.8=40	7.8=56	9.8=72
3.9=27	5.9=45	7.9=63	9.9=81

30. Таблицата на умножението пишѣтъ още по слѣдующий видъ и тогава се казва *Питагорова таблица*, по името на Гръцкий философъ Питагора, който казватъ да я е изнамѣрилъ.

Хоризонтална посока.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Тази таблица се нарежда тъй:

Въ първия хоризонтален редъ пишатъ първите 9 числа. Сети въ всяко отъ тѣзи числа се събира само на себе си и полученитъ сумми пишатъ въ втория хоризонтален редъ. Слѣдов. втория редъ съдържа произведенията на първите деветъ числа помножени съ двѣ. Всяко число отъ втория хоризонтален редъ се събира съ съотвѣствующето число отъ първия (редъ) и получената сума се пише въ третия редъ. Слѣдов. третия редъ съдържа въ себе си произведенията на първите деветъ числа, умножени съ 3. Така сжщо ставатъ и другитъ редове.

И така, числата на всякой хоризонтален редъ сж произведения на деветтѣ първи числа, помножени съ числото, което стои въ началото на този редъ. Затова, ако търсимъ напр. произведението на 8 съ 5, то множимото 8 държимъ въ първия хоризонтален редъ, и глѣдаме отвѣстниия редъ, който се наченва съ 8, гдѣ ще прѣсѣче хоризонталниия, който се наченва съ 5. Числото 40, което стои на това мѣсто, ще е исканото произведение на 8 съ 5.

Отвѣсна посока.

31. Умножение многозначно число на еднозначно. Нека ни е дадено да умножимъ 584 на 7. Това ще каже, че число 584 трѣбва да земемъ като събираемо 7 пжти; слѣд. по правилата за събиране трѣбваше да напишемъ едно подъ друго 7 пжти по 584 и да съберемъ най-напрѣдъ 4 единици, които сж написани 7 пжти, сети 8 десетици и най-сети 5 стотици, или като замѣстимъ събирането съ умножение, да умножмъ съ 7-тѣ най-напрѣдъ единицитѣ, послѣ десѣтицитѣ и най сети стотицитѣ. Затова напишемъ първо множимото 584, подъ него множительтъ 7, а подъ него теглимъ чърта.

$$\begin{array}{r} 584 \\ \times 7 \\ \hline 4088 \end{array}$$

Сети казваме: 4 единици, умножени на 7, даватъ 28 единици; 8-тѣ единици пишемъ подъ единицитѣ, а 2 десетици задържаме на умъ. 8 десетици, умножени съ 7 даватъ 56 десетици, и още двѣ десетици; които имаме на умъ, правятъ 58 десетици пишемъ подъ десѣтицитѣ, а 5 стотици задържаме на умъ. Най-сети 5 стотици умножени на 7, даватъ 35 стотици, които заедно съ 5, що задържаме на умъ, щатъ направятъ 49 стотици. Това число пишемъ цѣло подъ стотицитѣ. Произведението ще излѣзе 4088. А за по-кжсо извършване на дѣйствието казваме: седемъ пжти по 4=28, 8 пишемъ, 2 на умъ; седемъ пжти по 8=56, и 2=58, 8 пишемъ, а 5 на умъ; седемъ пжти по 5=35, и 5=40, това число пишемъ цѣло и излиза произведението 4088.

Дѣйствието се почнува отъ дѣсно, защото задържаме на умъ нѣкои цифри, които събираме съ произведението на цифрата отъ слѣдующия по-горенъ редъ, умножена съ множительтъ.

И така за да умножимъ многозначно число на еднозначно, трѣбва да пишемъ множителя подъ единицитѣ на множимото и да теглимъ чърта, сети начинами отдѣсно на лѣво, та съ цифрата на множителя ум-

ножяваме. послѣдователно всяка цифра отъ множимо-
то, и произведението ѝ, ако то не надминува 9, по-
писваме подъ нея исподъ чъртата; ако ли то надми-
нува 9, то пишемъ отдолѣ ѝ само простата единица
а десетицата събираме съ произведението отъ слѣдую-
щата цифра.

**32. Умножение число на 10, 100, 1000; въобще еди-
ница съ нули.** Прѣди да почнемъ да умножаваме много-
значно число на многозначно, нѣка видимъ какъ трѣбва да
умножаваме, кога множителятъ е число, състояще отъ еди-
ница съ една или нѣколко нули. Тѣй напр. да умножимъ
3275 съ 10. Това ще каже, че 3275 трѣбва да се земе на-
мѣсто събираемо 10 пѣти, или да се увеличи съ 10; а за-
това трѣбва само при числото отдѣсно да туримъ нула, сир-
да напишемъ 32750; тогава всяка една цифра отъ това
число се увеличи на 10 (тѣй 5-тъ вече значатъ десетици,
а не единици; 7 — стотици, а не десетици и т. н.); слѣд.
и всичкото число ще се увеличи о 10 пѣти.

За да умножимъ число 3275 на 100, или да го увели-
чимъ на 100 пѣти, трѣбва да му напишемъ отдѣсно 2 нули.
тогава всяка цифра ще се увеличи о 100, а слѣд. и всичко-
то число ще се увеличи о 100 пѣти.

По сжщийтъ начинъ щемъ намѣримъ, че:

$$\begin{aligned} 3275.1000 &= 3275000 \\ 3275.100000 &= 327500000 \\ &\text{и т. н.} \end{aligned}$$

И така, за да умножимъ нѣкое число на 10, 100;
1000 трѣбва отдѣсно да му напишемъ една,
две, три нули.

33. Умножение на многозначни числа. Да кажемъ сега,
че ни е дадено да умножимъ нѣкое многозначно число

на многозначно, напр. 3275 съ 537. Подписваме, множи-
теля подъ множимото и теглимъ хоризонтална чърта.

$$\begin{array}{r} 3275 \\ \times 537 \\ \hline 22925 \\ 98250 \\ 1637500 \\ \hline 1758675 \end{array}$$

Да умножимъ 3275 съ 537 ще каже да го земемъ
намѣсто събираемо 537 пѣти; а затова можемъ да го зе-
мемъ намѣсто събираемо най-напрѣдъ 7 пѣти, сетѣ още
30 пѣти и най-сетѣ 500 пѣти, и полученитѣ сумми да
съберемъ.

Да повторимъ по-напрѣдъ 3275 намѣсто събираемо
2 пѣти, или да го умножимъ на 7. Отъ това щемъ полу-
чимъ произведение 22925, което и подписваме подъ
чъртата.

Сега трѣбва да земемъ 3275 намѣсто събираемо 30
пѣти, или да го умножимъ съ 30; нѣ 30 е три пѣти, по
10; за това числото ще се умножи на 30, ако го умно-
жимъ по-напрѣдъ съ 10, и полученото произведение умно-
жимъ на 3; а за да умножимъ число 3275 съ 10, трѣбва,
както вече знаемъ, да му напишемъ отдѣсно една нула —
щемъ получимъ 32750; като умножимъ 32750 съ 3, щемъ
получимъ число 98250, което ще бѣде произведението
на 3275 съ 30; 98250 подписваме подъ произведението
на множимото съ 7. Останва ни още число 3275 да земемъ
намѣсто събираемо 500 пѣти или да го умножимъ съ 500.
Както по-горѣ, намѣсто да умножаваме 3275 съ 500, мо-
жемъ по-напредъ да го умножимъ съ 100, а щото се по-
лучи да се умножи съ 5. За да умножимъ 3275 съ 100,
трѣбва отдѣсно да му напишемъ двѣ нули, сир. да напи-
шемъ 327500. Това число като умножимъ съ 5, щемъ по-
лучимъ произведението на число 3275, умножено съ 5,
което ще бѣде 1637500 и което щемъ подпишемъ подъ
произведението на множимото, умножено съ 30.

Отдѣлнитѣ произведения, които добиваме отъ умножение множимото съ единицитѣ, десятицитѣ, стотицитѣ на множителя, наричатъ се *частни произведения*.

Като съберемъ полученитѣ три произведения, щемъ имаме произведението на даденитѣ числа 1,758,675.

И така: първото частно произведение ще се получи като умножимъ цѣлото множимо съ първата цифра на множителя 7. Второто частно произведение ще се намѣри, като умножимъ множимото съ втората цифра на множителя 3 и при полученото произведение 9825 напишемъ отдѣсно нула, но нулата можемъ и да не пишемъ, а числото 9825 да напишемъ, тъй, щото първата му цифра 5 да стои подъ десятицитѣ на първото частно произведение, или подъ десятицитѣ на множителя. Сир. първата цифра на второто частно произведение да стои подъ втората цифра на множителя.

$$\begin{array}{r}
 3275 \\
 \times 537 \\
 \hline
 22925 \\
 9825 \\
 16375 \\
 \hline
 1758675
 \end{array}$$

Тѣй сжщо третето частно произведение ще се намѣри, кога умножимъ множимото на третата цифра на множителя 5, и при полученото произведение 16375 напишемъ отдѣсно двѣ нули; нѣ нулитѣ можяхме и да не пишемъ, стига само да подпишемъ 16375, тъй щото първата му цифра да стои подъ стотицитѣ на първото частно произведение, или подъ стотицитѣ на множителя; сир. първата цифра на третето частно произведение трѣбва да стои подъ третата цифра на множителя. Въобще за да не пишемъ нули трѣбва първата цифра на всяко частно произведение да се пише подъ тази цифра на множителя, отъ която се е получило това произведение.

И така, за да умножимъ многозначно число на многозначно, най-напрѣдъ пишемъ множимото, подъ него пишемъ множителя и подъ него теглимъ хоризонтална чртва.

Сетнѣ умножаваме множимото съ всяка цифра отъ множителя и полученитѣ частни произведения пишемъ подъ чрвата, тъй щото първата цифра отъ всяко частно произведение да стои подъ тѣзи цифра на множителя, съ която сме умножавали.

Подъ послѣднето частно произведение теглимъ чртва и събираме всичкитѣ събираеми. Сбора на всичкитѣ частни произведения ще бжде исканото произведение на даденитѣ числа.

34. Ако ли въ нѣкои редове на множителя се намѣратъ нули, то като умножаваме, тѣ се оставятъ и умножаваме само съ значущитѣ цифри на множителя при това трѣбва да пазимъ, щото първата цифра отъ всяко частно произведение да стои подъ сжщата цифра на множителя, отъ която се е получило това частно произведение, както се види това отъ слѣдующий примѣръ:

$$\begin{array}{r}
 520128 \\
 \times 40306 \\
 \hline
 3120768 \\
 1560384 \\
 2080512 \\
 \hline
 20964279168
 \end{array}$$

Тукъ единицитѣ на второто частно произведение сж турнати подъ третата цифра на множителя, защото втората цифра на множителя е нула; единицитѣ на третето частно произведение сж турнати подъ петата цифра на множителя.

35. Ако множимото или множителя или и двата заедно иматъ въ края си нули, то числата умножаваме, безъ да обръщаме вниманиѣ на нулитѣ, нѣ въ

произведението отъ дѣсно приписваме толкова нули колкото ги има въ множимото и множителя.

Нѣка ни е дадено да умножимъ 21600 съ 23. Ако имаме да умножимъ 216 единици съ 23, то щяхме да имаме 4968; нѣ понеже имаме да умножимъ 216 стотици съ 23, то щемъ получимъ 4968 стотици или 496800.

Да умножимъ 21600 съ 230. Множителътъ е равенъ съ 10, умножени съ 23; слѣдов. ние щемъ умножимъ 21600 съ 230, ако по-напрѣдъ умножимъ съ 10, и отъ това щемъ получимъ 216000, което умножаваме още съ 23, и тогава щемъ имаме истинското произведение 4968000. Слѣд. за да умножимъ 21600 съ 230, доста е да умножимъ 216 съ 23 и при полученото произведение да притуримъ отъ дѣсно три нули, т. е. толкова, колкото ги има въ множимото и множителя.

36. Ако множительътъ състои отъ цифри се 9, напр. 9,99,999 и т. н. то за по-скоро можемъ да направимъ умножението другояче. Тѣй напр. ако ни е дадено да умножимъ 483 съ 999; умножаваме съ 1000, т. е. приписваме при множимото отъ дѣсно три нули и получваме 483000; и защото ние тука вземъ 483 единъ пѣтъ повече, затова трѣбва отъ 483000 да извадимъ 483; тогава ще имаме $483.999 = 482517$; Тѣй сжщо се умножава $285.99999 = 25800.000 - 258 = 25799742$; и въобще, за да умножимъ нѣкое число на число което състои отъ цифра 9, трѣбва да умножимъ даденото число на 1 съ толкова нули колкото 9 има въ множителя, и отъ полученото произведение да извадимъ само множимото.

37. Произведението на двѣ числа се неизмѣнява ако промѣнимъ мѣстата на производителитѣ, сир. ако притуримъ множимото за множитель, а множителя за множимо.

Тѣй напр. $3. 5 = 15$; сжщо и $5. 3 = 15$. Или

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

Да съберемъ числата, които сж наредени въ отвѣснитѣ редове и щемъ имаме $5 + 5 + 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$, съ други

думи 5-тѣ, зето за събираемо 3 пѣти, равно е съ 3-тѣ, зето за събираемо 5 пѣти или $5.3 = 3.5$, сир. произведението си остая сжщото, ако и да промѣнимъ мѣстата на производителитѣ.

38. Произведение отъ нѣколко производители се нарича онова число, което се получава, кога умножимъ първиятъ произв. на вториятъ, стѣтъ полученото произведение умножаваме на третиятъ производителъ и т. н. Напр. произведението отъ $4.6.3.2$ е числото, което щемъ получимъ отъ 4 съ 5, полученото произведение 20 умножаваме съ 3, и новото произведение 60 умножаваме съ 2; тогава намираме, че $4.5.3.2 = 120$.

За степенитѣ.

39. *Степень* въобще се нарича произведение отъ равни производители. Така произведения:

$$3 = 3$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 \text{ и т. н.}$$

сж различни степени на число 3. Единъ производителъ, вземъ отдѣлно, съставлява *първата му степень*.

Произведение отъ два равни множители $3 \times 3 = 9$ съставлява *втора степень*, или *квадратъ* на число 3.

Произведение отъ три равни производители $3 \times 3 \times 3 = 27$ съставлява *третя степень* или *кубъ* на число 3.

Произведение отъ четири равни производители $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$, съставлява *четвърта степень* на число 3. и т. н.

За скратено изображение степенята на дадено число написватъ го еднажъ и надъ него отдѣсно поставятъ цифра, която да показва, колко пѣти това число трѣба да се земе за множитель или отъ каква степень трѣба да бжде то, така:

$$3 \times 3 \times 3^2 = 27$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3^3 = 81$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3^4 = 243$$

.....

Числа 3^2 , 3^3 , 3^4 , се наричатъ: три на втори степенъ или квадратъ, три на трети степенъ или кубъ, три на четвърта степенъ и пр.

Числа 2^2 , 3^2 , 4^2 , които се поставятъ надъ число 3, възвисено съ степенъ, наричатъ се *показатели на степента*; тии показватъ, колко равни производители трѣбва да се вземътъ за да се състави произведението. Така въ число 7^3 , цифра 3 показва, че число 7^3 състои отъ три производители, равни на 7, т. е. че $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$.

Всякой производителъ, който производи каква-да-биде степенъ, или който се възвишава въ тая степенъ, нарича се нейний *корень*. Слѣдователно 7 е корень отъ $7^3 = 343$.

Подробно изложение за съставяние степени относено се на Алгебрата; а начални познания за тѣхъ сѫ нуждни и въ Числителницата, както щемъ видимъ по-нататѣкъ.

Задавки.

1. Азъ имамъ 250 гр., а братъ ми има 7 пѣти повече отъ мене; колко гроша има братъ ми? За да намѣримъ число, 7 пѣти по-голѣмо отъ 250 гр., или число, въ което 250 гр. да се съдържа 7 пѣти, трѣбва 250 гр. да се повтарятъ за събираеми 7 пѣти, съ други думи 250 гр. да се умножатъ съ 7.

$$\begin{array}{r} 250 \\ \times 7 \\ \hline 1750 \end{array}$$

И така братъ ми има 1750 гр.

2. Купено 215 дестета хартия по 5 гр. дестето; колко трѣбва да платимъ за всичкитѣ? Едното десте струва 5 гроша, а 215 дестета щѣтъ струватъ 215 пѣти повече, слѣдов. трѣбва 5 гр. да земемъ за събираеми 215 пѣти, друго-яче — 5 гр. да умножимъ на 215.

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 215 \\ \hline 25 \\ 5 \\ 10 \\ \hline 1075 \end{array}$$

И така, за 215 дестета хартия, трѣбва да заплатимъ 1075 гр.

3. Ако за една карбовна се купува 20 оки брашно; то колко оки брашно можемъ купи за 18 карбовни? Разбира се, че за 18 карбовни щемъ купимъ 18 пѣти повече, отколкото за 1 карбовна; слѣд. 20 трѣбва да се увеличи 18 пѣти, или 20 трѣбва да се умножи съ 18 и щемъ получимъ 360;

$$\begin{array}{r} \times 20 \\ 18 \\ \hline 160 \\ 2 \\ \hline 360 \end{array}$$

слѣд. за 18 карб. можемъ да купимъ 360 оки брашно.

Отъ казанитѣ ясно се види, че умножението се употреблява: 1) кога търсимъ число, което да е нѣколко пѣти по-голѣмо отъ даденото; 2) кога търсимъ стойността на нѣколко предмѣта, когато знаемъ стойността на единия и 3) кога търсимъ колко нѣща можемъ да купимъ за нѣколко единици (карб. жълтици и проч.), като знаемъ колко се зема за една единица.

Въ всичкитѣ тѣзи случаи твърдѣ лесно е да познаемъ, кое отъ даденитѣ двѣ числа трѣбва да се земе за множимо. При това *множителътъ всякога трѣбва да е отвлѣчено число, а произведението еднородно съ множимото*. Първото слѣдва отъ това, защото множителътъ показва, колко пѣти трѣбва да се земе другото число като събираемо; а еднородността на произведе-

нието съ множимото слѣдва отъ това, че произведението е сборъ, а множимото събираемо, повторено нѣколко пѣти; а сборътъ всякога е еднороденъ съ събираемото. Нѣ при извършването на дѣйствието, ние си умножаваме числата, като отвлѣчени и само въ произведението туряме названието на единицата, въ която е било показано числото, вземено за множимо.

ПИТАНИЯ.

1. Що ще каже да умножимъ едно число на друго?
2. Какъ се наричатъ числата, които се даватъ за умножение и числото, което се получава отъ това дѣйствие? Какъ се пише бѣлѣгътъ на умножението? Гдѣ се туря?
3. Какъ е съставена Питагоровата таблица?
4. Какъ се умножава многозначно число на еднозначно?
5. Какъ умножаваме едно число на 10, 100, 1000,.....; въобще на число, което състои отъ единица съ нули?
6. Какъ се умножава многозначно число на многозначно?
7. Защо наченваме умножението отъ дѣсно?
8. Какъ постѣпваме въ тѣзи случаи, кога въ множителя между значащите цифри има нули?
9. Какъ постѣпваме, кога единия или и двата произведителя иматъ въ края си нули?
10. Какъ умножаваме нѣкое число на 9,99,999 въобще на число, състояще отъ цифра 9, повторена нѣколко пѣти?
11. Измѣнява ли се произведението, ако промѣнимъ мѣстата на производителитѣ?
12. Какъ да увеличимъ нѣкое число нѣколко пѣти?

Дѣление.

40. Да рѣчемъ, че искаме да знаемъ, колко аршина платно може да се купи за 20 гр., ако аршинътъ струва 5 гр.? Това може да стане тѣй: земаме отъ 20 гр. 5 гр. и ги туряме на страна; съ тѣзи 5 гр. можемъ да купимъ само единъ арш. платно. Отъ 20-тъ гр. ще

останѣтъ 15; отъ тѣхъ пакъ земаме 5 гр. и съ тѣхъ купуваме още единъ арш. платно. Отъ останѣлитѣ 10 гр. пакъ земаме 5; съ тѣхъ пакъ купуваме още единъ аршинъ. Пери останѣха само 5 гр. сѣщо и съ тѣхъ да купимъ още единъ аршинъ. Тогава отъ 20-тъ гр. не остана нищо. Сега да преброимъ, колко пѣти вадихме по 5 гр.; щемъ видимъ, че 4 пѣти; тѣй като за всякой аршинъ трѣбва да платимъ по 5 гр., то колкото пѣти вадихме по 5 гр. изъ 20 гр., толкова арш. платно можемъ да купимъ за 20 гр. т. е. 4 аршина. И така питанието се рѣшава като вадимъ нѣколко пѣти 5 гр. изъ 20 гр.; за да намѣримъ неизвѣстното число аршини трѣбвало да знаемъ, колко пѣти 5 гр. можемъ да вадимъ изъ 20 гр.: съ други думи — да знаемъ колко пѣти 5 гр. се съдържатъ въ 20 гр. Въ този примѣръ не бѣше ни мѣчно да вадимъ, нито пакъ да прѣброимъ колко пѣти вадихме изъ 20 по 5. Нѣ това не е всякога тѣй. Нѣка напр. искаме да знаемъ колко арш. платно може да се купи за 560 гр. ако аршинътъ струва 5 гр.? Споредъ гореказаното, неизвѣстното число аршини ще се намѣри, ако познаемъ, колко пѣти 5 гр., щѣтъ се съдържатъ въ 560 гроша: а за това трѣбваше да прѣброимъ, колко пѣти едно по друго може да се извади по 5 гр. изъ 560 гр.; нѣ това е доста мѣчно и изисква много врѣмя. За по-лесно трѣбва да произведемъ съ даденитѣ числа ново дѣйствие, което се нарича *дѣление*. И така *дѣлението е дѣйствие, по което отъ дадени числа съставлява се трете, което показва, колко пѣти едното число се съдържа въ другото*. По-голѣмото, което трѣбва да съдържа въ себе си другото, нарича се *дѣливо*; по-малкото, което трѣбва да се съдържа въ по-голѣмото, нарича се *дѣлителъ*; а числото, което показва колко пѣти дѣлителътъ се съдържа въ дѣлимото, нарича се *частно*. За да се покаже, че едно число трѣбва да се раздѣли на друго, турятъ помежду имъ бѣлѣгъ: или прѣкъ чъртъ, — отъ горѣ надъ която пишатъ

дѣлимото, а отдолѣ дѣлительтъ. Тѣй за да покажемъ, че 8 трѣбва да се раздѣли на 2, пишемъ $8 : 2$ или $\frac{8}{2}$.

41. Дѣление двоезначно или еднозначно число на еднозначно. Да се раздѣли еднозначно число на еднозначно или двоезначно на еднозначно не е никакъ мжно, стига само човѣкъ да знае добръ таблицата на умножението. Нека напр. да раздѣлимъ 42 на 7, т. е. да видимъ, колко пжти 7 се съдържа въ 42. Ние видѣхме, че за това ни е потрѣбно да намѣримъ, колко пжти 7 едно по друго можатъ да се извадятъ изъ 42. А 7 можатъ да се вадятъ изъ 42 толкова пжти, колкото пжти сжщото това число 7 трѣбва да се земе за събираемо, за да получимъ 42. Затова нѣка се попитае да земемъ числото 7 за събираемо два, три и т. н. пжти, или се едно, да се поопитаме да умножаваме 7 съ 2, 3 и т. н., до когато получимъ число 42. Като умножаваме по такъвъ начинъ дѣлителя 7, ще видимъ, че трѣбва да се умножи съ 6, за да се получи 42; слѣд. и 7 изъ 42 може да се вадятъ едно по друго само 6 пжти, отъ това слѣдва, че 7 се съдържа въ 42 шестъ пжти; а отъ това се увѣряваме, че частното, което търсимъ, е 6.

Ако знаемъ добръ таблицата на умножението, тогава безъ опити може да се познае, че 7 трѣбва да се умножи съ 6, за да се получи 42. Или $42 : 7 = 6$.

Нъ не всякога дѣлительтъ се съдържа *равно* нѣколко пжти въ дѣлимото. Тѣй напр. искаме да раздѣлимъ 48 съ 9. Като търсимъ, на кое число трѣбва да се умножи 9, за да се получи 48, намираме че ако 9 умножимъ съ 5, щемъ получимъ число 45, което е по-малко отъ 48; а ако ли умножимъ 9 съ 6, щемъ получимъ число 54, което е по-голъмо отъ 48. Слѣд. 9 се съдържа въ 48-тъ 5 пжти и нѣщо повече. Въ този случай за частно земаме по-малкото число—5, и понеже 9, умножено съ 5, прави 45, т. е. отъ 48 остаятъ още 3, тогава казваме, че 48 не се делятъ съ 9 безъ остатъкъ. Самото дѣйствие ра-

сполагаме тѣй: пишемъ дѣлимото 48, отдѣсната му страна теглимъ отвесна черта, а задъ нея пишемъ дѣлителя. Подъ дѣлителя теглимъ прѣка черта и подъ нея пишемъ частното, както е въ слѣдующийтъ примѣръ:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 9 \\ 45 & 5 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Като се намѣри частното 5, умножаваме го съ дѣлителя и полученото приравнение 45 вадимъ изъ дѣлимото 48. Отъ това се получава остатъкъ 3.

42. Въ горнийтъ примѣръ, ако земехме за частно не 5, а 4, то като умножимъ частното 4

$$\begin{array}{r|l} 48 & 9 \\ 36 & 4 \\ \hline 12 & \end{array}$$

съ дѣлителя 9 и извадимъ полученото произведение 36 изъ дѣлимото, ще намѣримъ остатъкъ 12, който е поголъмъ отъ дѣлителя 9. Нъ понеже дѣлительтъ 9 се съдържа и още въ полученыйтъ остатъкъ 12, то въ цѣлото дѣлимо 48 той може да се съдържа не 4, а повече пжти; слѣд. земената цифра за частно е малко и трѣбва да се земе друга по голѣма. И така *цифрата на частното ще бѣде малка, ако остатъкътъ е равенъ или е поголъмъ отъ дѣлителя, и тогава трѣбва да я увеличаваме до тогасъ, до когато полученыйтъ остатъкъ бѣде по-малкъ отъ дѣлителя.*

Наопаки, ако ли пакъ земеме за частно 6, то като умножимъ

$$\begin{array}{r|l} 49 & 9 \\ 54 & 6 \end{array}$$

частното 6 съ дѣлителя 9, щемъ получимъ произведение 54, което ще е по-голъмо отъ дѣлимото, и слѣд. него не можемъ да вадимъ отъ дѣлимото. Това показва, че

земената за частно цифра е голѣма и трѣбва да се умали.

И така за *частното цифрата ще бѣде доста голѣма, ако произведението на дѣлителя съ тѣзи цифра излѣзе по-голѣмо отъ дѣлимото*. Заради това тѣзи цифра трѣбва да умаляваме до тогасъ, до когато произведението на дѣлителя съ нея бѣде по-малко отъ дѣлимото или равно нему.

Отъ горѣказаното се види, че *дѣлимото е равно на дѣлителя, умноженъ съ частното, стига само дѣленieto да се е свършило безъ остатѣкъ. Ако ли остане остатѣкъ, то трѣбва да се притури при произведението на дѣлителя съ частното и тогава ще се получи дѣлимото*.

43. Дѣление многозначно число на еднозначно. Нѣка видимъ какъ се дѣли многозначно число на еднозначно.

Да рѣчешъ че искаме да раздѣлимъ 894 на 6. Ясно се види, че частното въ тоя примѣръ ще състои отъ нѣколко цифри, защото и най-голѣмото еднозначно число 9, като се умножи съ дѣлителя 6, щемъ получимъ произведение 54; изваждаме 54 изъ дѣлимото и останува 840, който е нѣколко пѣти по-голѣмъ отъ дѣлителя 6. И така частното ще има повече отъ една цифра, слѣд. тѣ може да сѣ двѣ, а може да сѣ и повече отъ двѣ. Да се намѣрятъ венчките отведнажъ неможе, затова щемъ ги диримъ една по една. Трѣбва да забѣлѣжимъ, че въ дѣлимото 8-тѣ сѣ стотини, за това нека намѣримъ най-напредъ стотинитѣ на частното.

$$\begin{array}{r|l} 894 & 6 \\ 600 & 100+40+9 \\ \hline 294 & \\ 240 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ 54 \\ \hline 0 \end{array}$$

Затова да намѣримъ колко стотини пѣти дѣлительтъ 6 се съдържя, само въ 8 стотини отъ дѣлимото, а на десятицитѣ и единицитѣ му още нѣма да глѣдаме, защото въ 94 единици 6 неможе да се съдържя нито сто пѣти. Тѣй като 6 единици въ 6 стотини съдържатъ се сто пѣти, то двѣстѣ пѣти 6 единици можатъ да се съдържатъ само въ 12 стотини, или въ 1200; а слѣд. въ 8 стотини, които сѣ по-малко отъ 12 стотини, 6 единици можатъ да се съдържатъ само *сто пѣти*. Затова и писуваме въ частното 100. Умножаваме дѣлителя 6 съ 100 и изваждаме полученото произведение 600 изъ 894, получаваме остатѣкъ 294.

Въ тоя остатѣкъ дѣлительтъ 6 не може веќе да се съдържя сто пѣти, нѣ може да се съдържя *нѣколко десятици пѣти* и за да познаешъ това т. е. за да намѣримъ десятицитѣ на частното, да намѣримъ по-напредъ колко десятици пѣти 6 единици се съдържатъ не въ всичкийтъ десѣтъкъ, а само въ 29 десѣтини; а 4 единици сега оставяме, защото 6 единици въ 4 единици сега не се съдържатъ нито една десѣтина пѣти.

Ако имаме остатѣкъ не 29 десѣтини, а само 6 десѣтини, то въ тѣхъ делительтъ 6 можеше да се съдържя една десѣтина пѣти или десѣтъ пѣти; ако имаме остатѣкъ 12 десѣтини, тогасъ делительтъ 6 можеше да се съдържя въ тѣхъ двѣ десѣтини пѣти и т. н.; съ една дума дѣлительтъ 6 ще се съдържя въ 29 десѣтини *толкова десятици пѣти*, колко пѣти 6 се съдържатъ въ 29; нѣ 6 въ 29 се съдържя чѣтери пѣти, слѣдѣ. 6 въ 29 десѣтини се съдържя *чѣтире десѣтици пѣти* или 40 пѣти; 40 писуваме въ частното наредъ съ 100 и туряме по между имъ бѣлѣгъ +. Като умножимъ дѣлителя 6 съ 40 десѣтини на частното и като извадимъ полученото произведение 240 изъ 294, намираме новъ остатѣкъ 54.

Въ този остатѣкъ дѣлительтъ 6 се съдържя 9 пѣти, затова съ частното писурваме 9 наредъ съ 40. Като умножимъ дѣлителя 6 съ единицитѣ на частното и като изва-

димъ полученото произведение 54 изъ 54, щемъ имаме остатъкъ 0. Слѣд. дѣлительтъ 6 въ 894 се съдържа една цѣла стотина пжти, четире десятини пжти и още деветъ пжти, т. е. $100 + 40 + 9$ пжти, или по-късо 149 пжти. При това трѣбва да забѣлѣжимъ, че кога дирихме стотинитѣ на частното ние необръщаме внимание на единицитѣ и десяткитѣ на дѣлимото, кога дирихме десятицитѣ на частното, необръщаме внимание на единицитѣ на дѣлимото, то за да негрѣписваме цифрити на дѣлимото нѣколко пжти и за да непишемъ напраздно нули нито въ дѣлимото, нито въ частното, това сжщото дѣление извършваме по-скратено, по тоя начинъ:

$$\begin{array}{r|l} 894 & 6 \\ 6 & 149 \\ \hline 29 & \\ 24 & \\ \hline 54 & \\ 54 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Отъ лѣво на дѣсно отдѣляме въ дѣлимото една само цифра 8 и казваме: 6 въ 8 съдържа 1 пжтъ; пишемъ 1 въ частното, умножаваме на нея дѣлителя и полученото произведение изваждаме изъ 8. При остатъка 2 сваляме слѣдующата цифра на дѣлимото 9 и казваме: 6 въ 29 се съдържа 4 пжти, пишемъ 4 въ частното наредъ съ 1: сетнѣ умножаваме дѣлителя 6 съ найдената цифра 4 и полученото произведение вадимъ изъ 29. При остатъка 5 сваляме послѣдната цифра на дѣлимото 4 и щемъ получимъ 54, въ които 6 се съдържа 9 пжти; пишемъ 9 въ частното наредъ съ 4 и умножаваме 6 съ 9. Полученото произведение 54 вадимъ изъ 54 и получаваме остатъкъ 0. Слѣд. частното, което диримъ, е 149.

Да вземемъ другъ примѣръ. Нѣка ни е дадено да раздѣлимъ 312 на 8.

$$\begin{array}{r|l} 312 & 8 \\ 24 & 39 \\ \hline 72 & \\ 72 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Като отдѣлимъ, както и по-горѣ, отъ лѣво на дѣлимото само една цифра 3, намираме, че дѣлительтъ не може да се съдържа въ нея; отъ това се увѣряваме, че никакъ не щемъ да имаме стотини въ частното, и затова отъ лѣво на дѣлимото отдѣляме не веке една цифра, а двѣ, т. е. число 31. Тѣй като дѣлительтъ 8 въ това число се съдържа 3 пжти, то писуваме въ частното 3. Като умножимъ дѣлителя 8 на 3 и извадимъ полученото произведение 24 изъ 31, щемъ намѣримъ остатъкъ 7.

При остатъка 7 сваляме слѣдующата цифра на дѣлимото 2 и търсимъ, колко пжти дѣлительтъ 8 се съдържа въ полученото число 72. Понеже 8 въ 72 се съдържа 9 пжти, то въ частното пишемъ 9 наредъ до 3-тѣ отдѣсно. Умножаваме дѣлителя 8 на 9 и изваждаме полученото произведение 72 изъ 72, остая остатъкъ 0.

Тѣй Като веке нѣма повече цифри въ дѣлимото то диреното частно ще бѣде 39.

И така: *за да се раздѣли многозначно число на еднозначно, пишемъ прѣдъ дѣлимото отдѣлната му страна, теглимъ отвѣсна чѣрта, задъ която пишемъ дѣлителя; подъ него теглимъ прѣвка чѣрта и подъ нея пишемъ частното. Сѣтнѣ отдѣляме въ дѣлимото двѣ или една цифра, за да може дѣлительтъ да се съдържа въ тѣхъ.*

По това търсимъ, колко пжти дѣлительтъ се съдържа въ отдѣлѣнитѣ цифри на дѣлимото, и получената цифра пишемъ въ частното. Като умножимъ дѣлителя съ найдената цифра на частното, полученото произведение подписваме подъ отдѣленитѣ цифри на дѣлимото и го вадимъ изъ тѣхъ.

При остатъка сваляме слѣдующата цифра на дѣлимото, и пакъ търсимъ, колко пѣти дѣлителя се съдържа въ полученото число, та намираме втората цифра на частното, която и пишемъ наредъ отдѣсно слѣдъ първата. Съ нея правимъ същето както и съ първата.

Така продължаваме дѣйствието до тогава, докѣлѣ свалимъ едно по друго всички цифри отъ дѣлимото, и всяка нова цифра отъ частното пишемъ наредъ слѣдъ найдената по-напрѣдъ. Рядътъ отъ цифритѣ, които получимъ по този начинъ, ижеждатъ исканото частно число.

Нѣка ни е дадено да раздѣлимъ 4235 на 7. Пишемъ дѣлимото и дѣлителя, както се каза по-горѣ, сега тѣхъ отдѣляме:

$$\begin{array}{r|l} 4235 & 7 \\ 42 & 605 \\ \hline 35 & \\ 35 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

въ дѣлимото отъ лѣво двѣ цифри т. е. 42, и опитваме колко пѣти 7 се съдържа въ 42. А защото 7 се съдържа въ 42 шестъ пѣти, затова въ частното пишемъ 6, които умножаваме съ дѣлителя 7.

Полученото произведение 42 вадимъ изъ отбѣлженитѣ цифри на дѣлимото и намираме остатъкъ 0.

Сваляме при тоя остатъкъ слѣдующата цифра на дѣлимото, намираме число 3 и виждаме, че дѣлителя въ него не може да се съдържа, затова въ частното наредъ съ 6 пишемъ 0.

Сетиъ при остатъка 3 сваляме послѣдната цифра на дѣлимото, и намираме, че дѣлителя се съдържа пѣти въ полученото число 35, въ частното наредъ нулата пишемъ цифра 5.

Като умножимъ дѣлителя 7 съ послѣдната цифра отъ частното и извадимъ полученото произведение 35 изъ 35, намираме остатъкъ нула.

Тѣй като свалихме всичкитѣ цифри на дѣлимото, то наидохме, че отъ 4235 раздѣлено на 7, частното ще бѣде 605. Отъ горѣказанийтъ примѣръ виждаме, че като сваляме при остатъка цифритѣ на дѣлимото, и получимъ число, по-малко отъ дѣлителя, то въ частното пишемъ 0, и сваляме слѣдующата цифра отъ дѣлимото и опитваме, колко пѣти дѣлителя се съдържа въ полученото ново число.

44. Дѣленіето може да става по-кѣсо, като не пишемъ произведението на дѣлителя съ частното, нѣ умножаваме и вадимъ на умъ, а пишемъ само остатъцитѣ, напр. за да раздѣлимъ 894 на 6, дѣлимъ тѣй:

$$\begin{array}{r|l} 894 & 6 \\ 29 & 149 \\ \hline 54 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

6 въ 8 съдържа се 1 пѣтъ; пишемъ 1 въ частното, а 6 умножаваме на умъ съ 1 и полученото произведение 6 тѣй също на умъ вадимъ изъ 8. Остатъкътъ 2 пишемъ подъ 8 и сваляме слѣдующата цифра отъ дѣлимото 9. 6 въ 29 съдържа се 4 пѣти; пишемъ 4 въ частното, а умножаваме на умъ 6 на 4 и полученото произведение 24 тѣй също на умъ вадимъ изъ 29. Остатъкътъ 5 пишемъ подъ 29 и при него сваляме слѣдующата цифра на дѣлимото 4; 6 въ 54 съдържа се 9 пѣти; 9 пишемъ въ частното и умножаваме на умъ 6 на 9, полученото произведение 54 тѣй също на умъ вадимъ изъ 54; остатъкътъ 0 подписваме отдолъ.

45. Дѣление на многозначни числа. Правилото, което извадихме за какъ да се дѣли многозначно число на еднозначно, същото правило трѣбва да пазимъ и кога

дѣлимъ многозначно число на многозначно, както се вижда отъ слѣдующийтъ примѣръ.

Да раздѣлимъ 36138 на 57.

Нарѣждаме дѣлимото и дѣлителя също тѣй, както и въ горнийтъ примѣръ. Виждаме, че число

36138	57	36138	57
34200	600 + 30 + 4	342	634
1938		193	
1710		171	
228		228	
228		228	
0		0	

57 не може да се съдържа въ 36138 нито нѣколко *десятини хиляди пжти*, нито дори *нѣколко хиляди пжти*, защото и 57 *десятини хиляди* и 57 *хиляди* сж повече отъ дѣлимото 36138. Слѣдоват. въ частното щемъ имаме *стотини*, и за да намѣримъ колко *стотини пжти* 57 единици се съдържатъ въ 36138, разсѣждаваме тѣй: ако имаме въ дѣлимото само 57 *стотини* т. е. 5700, то дѣлительтъ 57 щеше да се съдържа въ това число *сто* пжти; ако ли въ дѣлимото имаме не 57 *стотини* а два пжти повече, т. е. 114 *стотини*, то дѣлительтъ 57 щеше да се съдържа *двѣстѣ* пжти; ако въ дѣлимото имаме не 57 *стотини*, а три пжти повече, то дѣлительтъ 57 щеше да се съдържа въ него *триста* пжти и т. н.; слѣд. въ-обще дѣлительтъ 57 ще се съдържа толкова *стотини пжти* въ 361 *стотини*, колкото пжти 57 се съдържа въ 361. На единицитѣ и *десятицитѣ* отъ дѣлимото, т. е. на число 38, ние необръщаме още внимание защото дѣлительтъ 57 не се съдържа въ тѣхъ нито *сто* пжти.

Отъ горѣказаното излиза, че въ дѣлимото трѣбва да отдѣлимъ отъ лѣво число 361, т. е. толкова цифри, щото дѣлительтъ 57 да може да се съдържа въ тѣхъ. За да намѣримъ колко пжти 57 се съдържа въ 361

опитваме да умножаваме 57 на 1, 2, 3, и т. н. до тогава, докѣ получимъ произведение, равно съ 361 или по-малко. Подиръ нѣколко такива опитвания щемъ видимъ, че 57 трѣбва да се умножи на 6, слѣдов. 57 се съдържа въ 361 *шест* пжти. Отъ това се увѣряваме, че 57 единици съдържатъ се въ 361 *стотини шестстотинѣ* пжти; слѣд. въ частното трѣбва да напишемъ 600, които да умножимъ съ дѣлителя 57 и полученото произведение 34200 да извадимъ изъ дѣлимото 36138.

Нъ за да напишемъ двѣтѣ нули въ частното и подиръ умножението да ги пишемъ и подъ дѣлимото, ние, като опитае че 57 се съдържа въ 361 *шест* пжти, пишемъ въ частното само число 6, което умножаваме съ 57 и полученото произведение 342 *вадимъ* изъ 361.

Тѣй също за да намѣримъ *десятицитѣ* на частното, ние нѣма да опитваме колко *десятини пжти* 57 се съдържа въ *всичкийтъ* остатѣкъ 1938, а само въ 193 *десятици*; а за това ние щемъ *диримъ* колко пжти 57 се съдържа въ 193. Като намѣримъ, колко пжти 57 се съдържа въ 193, въ частното трѣбваше да напишемъ толкова *десятици* и съ тѣхъ да умножимъ дѣлителя; нъ за да не губимъ *врѣме* и *трудъ* напраздно да пишемъ цифри и нули, ние правимъ тѣй: сваляме при полученыйтъ *първо* остатѣкъ 19 слѣдующата цифра 3 на дѣлимото и опитваме, колко пжти 57 се съдържа въ 193. Затова опитваме да умножаваме 57 на 1, 2, 3 и т. н. докѣ не получимъ число равно съ 193, или помалко отъ 193. Съ такова опитвание като намѣримъ, че дѣлительтъ 57 трѣбва да се умножи на 3, тѣзи цифра и пишемъ въ частното нарядъ до цифрата 6 и умножаваме дѣлителя 57 на 3. Полученото произведение 171 *вадимъ* изъ 193. При новийтъ остатѣкъ 22 сваляме слѣдующата цифра на дѣлимото 8, и опитваме, колко пжти 57 се съдържа въ 228, и намираме единицитѣ на частното, че сж 4: умножаваме дѣлителя 57 на 4 и като извадимъ

найденото произведение изъ 228, получваме остатъкъ 0. И така 57 се съдържа въ 36138 тъкмо 634 пжти.

46. Намѣсто да диримъ, колко пжти цѣлиитъ дѣлитель се съдържа въ отдѣлнитѣ цифри на дѣлимото, ние можемъ да намѣримъ цифрата на частното по-скоро, като намѣримъ, колко пжти първата отлѣво цифра на дѣлителя се съдържа въ едната или въ двѣтѣ отлѣво стоящи цифри на онова число, което сме отбѣлѣжили въ дѣлимото; една цифра отъ това число (въ дѣлимото) земеме тогасъ, когато и то има толкова цифри, колкото цифри има дѣлителя; а двѣ — когато отбѣлѣженото въ дѣлимото число има една цифра повече отъ дѣлителя.

Тѣй, за да намѣримъ въ горниитъ примѣръ първата цифра на частното, ние нѣма да умножаваме 57 на 1, 2, 3, и т. н. доклѣ не получимъ 361; а ще опитае, колко пжти първата отлѣво цифра на дѣлителя се съдържа въ двѣтѣ отлѣво цифри на числото 361, т. е. въ 36; 5 въ 36 съдържа се 7 пжти; нъ като напишемъ въ частното 7 и умножимъ него, сир. съ 7 дѣлителя 57, получваме ново число 399, което е по-голѣмо отъ 361; слѣдов. число 7 е голѣмо; затова го умаляваме съ 1 и пишемъ въ частното 6. И тѣй съ едно онитвание намѣрихме цифрата на частното.

По такъвъ сжщи начинъ намираме втората цифра на частното, т. е. онитваме колко пжти първата цифра на дѣлителя 5 се съдържа въ двѣтѣ отлѣво цифри на остатъка 193, т. е. въ 19, и отведижжъ намираме втората цифра на частното и тя е 3.

По такъвъ начинъ намираме, че последнята цифра на частното е 4.

Отъ горѣказаното се види, че кога диримъ цифрата на частното по такъвъ начинъ, можемъ нѣкога да земемъ доста голѣма цифра; затова трѣбва по-напрѣдъ да знаемъ, земената цифра на частното неже ли бжде твърдѣ голѣма, защото тогава напраздно щемъ я умножа-

ваме съ дѣлителя, а това никакъ не е згодно и повечето тогасъ, когато дѣлительтъ е доста голѣмъ.

Тѣй напр. искаме да раздѣлимъ 43,652 на 7893. Диримъ, колко пжти 7 се съдържа въ 43 и намираме за частното цифра 6. Нъ преди да напишемъ 6-тъ въ частното ние можемъ по слѣдующий начинъ да познаемъ не е ли тая цифра голѣма или малка. Да умножимъ на умъ втората отлѣво цифра на дѣлителя, т. е. 8 на 6, получваме 48, и десятицитѣ на това произведение да съберемъ съ произведението отъ 7 (сир. съ първата цифра на дѣлителя) на 6 или 42 и получаваме 46 — число, което е по-голѣмо отъ 43, сир. отъ първитѣ двѣ цифри на дѣлимото. И тѣй, цифра 6 е голѣма, затова трѣбва да земемъ 5.

Тукъ умножаваме на умъ найдената цифра на частното *само* съ *двѣтѣ* цифри на дѣлителя отлѣво; нъ нѣкога е нужно да умножаваме три, четире и дори и повече цифри.

47. Дѣление многозначно число на многозначно може да става по сжщиятъ съкратенъ начинъ, както и дѣлѣнието на многозначно число съ еднозначно. Сирѣчь, произведенията на дѣлителя съ различнитѣ цифри на частното, неподписваме подъ дѣлимото, а ги изваждаме на умъ изъ съотвѣтствующитѣ цифри на дѣлимото и пишемъ подъ дѣлимото само остатъцитѣ, както щемъ видимъ въ тоя примѣръ:

Да раздѣлимъ 108766 на 457. Написваме числата, сетнѣ отбѣлѣжваме отлѣво отъ дѣлимото такова число, въ което да може да се съдържа дѣлительтъ, сир. 1087.

$$\begin{array}{r}
 108766 \overline{) 457} \\
 \underline{1736} \quad 238 \\
 3656 \\
 \underline{}
 \end{array}$$

0

Сетнѣ за да намѣримъ първата цифра на частното,

опитваме, колко пкти 4 се съдържа въ 10; тъй като 4 въ 10 се съдържа 2 пкти, то въ частното пишемъ 2; умножаваме дѣлителя на 3 и изваждаме произведението имъ изъ 1087 по слѣдующийтъ начинъ: 2 пкти по 7=14, 4 изъ 7 остана 3, което и пишемъ подъ 7, а 1 имаме на умъ; 2 пкти по 5=10 и 1, което имаме на умъ, = 11; 1 вадимъ изъ 8—7, което и пишемъ подъ 8, а 1 имаме на умъ, — 9; които вадимъ изъ 10 и остатъка 1 пишемъ подъ 0.

При остатъка 173 сваляме слѣдующата цифра на дѣлимото 6, и съ число 1736 извършваме сжщото както и по-горѣ.

За да намѣримъ цифрата на частното, диримъ колко пкти; 4 се съдържа въ 17; 4 въ 17 се съдържа 4 пкти; нѣ преди да напишемъ 4 въ частното, опитваме, иде ли тѣзи цифра. Затова умножаваме на умъ 45 на 4; тъй като произведението 180 е по-големо отъ 173, то се увѣряваме, че цифрата 4 е голѣма, и затова пишемъ въ частното 3. Сега умножаваме дѣлителятъ на 3 и полученото произведение изваждаме изъ 1736; 3 пкти по 7 = 21, 1 вадимъ изъ първата цифра на остатъка отдѣсно, т. е. изъ 6 разликата 5 пишемъ подъ 6, а 2 имаме на умъ, 3 пкти по 5=15, и 2=17; 1 задържае на умъ, а 7 изваждаме изъ 13, разликата 7 пишемъ подъ 3; 3 пкти по 4=12, и 1 на рѣка = 13 изъ 16—3.

При новийтъ остатъкъ 365 сваляме слѣдующата цифра 6 на дѣлимото и съ число 3656, извършваме сжщото, както и горѣ.

Като намѣримъ, че цифрата на частното е 8, умножаваме съ нея дѣлителя и вадимъ една слѣдъ друга цифритѣ на това произведение изъ 3656, както направихме и по-горѣ: най-сетиѣ щемъ получимъ остатъкъ 0, която и подписваме отдолѣ. Исканото частно ще бѣде 238.

48. Числото на цифритѣ въ частното всякога ще бѣде съ една цифра повече отъ числото на цифритѣ въ

дѣлимото, колкото останаха послѣ откакъ отдѣлихме въ него отлѣво число за да намѣримъ първата цифра на частното. Тѣй напр. въ горнийтъ примѣръ за да получимъ първата цифра на частното, отдѣлихме въ дѣлимото отлѣво четири цифри, а двѣ останаха; въ частното ще бѣде една цифра повече, т. е. три, и истина цифритѣ сж три въ частното.

49. Ако дѣлимото и дѣлителятъ иматъ въ края си нули, дѣленieto можемъ свърши по-скоро и по-лесно, като заличимъ отдѣсно по равно число нули въ дѣлимото и дѣлителя. Да рѣчемъ, че искаме да раздѣлимъ 370000 на 45000. Защото 45 хиляди се съдържа въ 370 хиляди толкова пкти, колкото и 45 единици се съдържа въ 370 единици, то преди да дѣлимъ:

$$\begin{array}{r|l} 370000 & 45000 \\ \hline 10000 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 370 & 45 \\ \hline 10 & 8 \\ \hline 10000 \end{array}$$

ризхвърляме въ дѣлимото и делителя по 3 нули и дѣлимъ само 370 на 45. Тукъ щемъ получимъ частно 8 и остатъкъ 10. Нѣ понеже ни се даде да раздѣлимъ не единици, а хиляди, то и остатъкътъ 10 трѣбва да показва не 10 единици, а хиляди, затова отдѣсно трѣбва да му притуримъ три нули, т. е. толкова, колкото махнахме въ дѣлимото.

По сжщиятъ начинъ постѣпваме и тогава, когато само дѣлителятъ има нули. Тѣй напр. да се раздѣли 372645 на 3509. Като виждаме, че 45 хиляди не могатъ да се содержатъ въ единицитѣ, десятицитѣ и стотинитѣ на дѣлимото, т. е. въ 642, нито единъ пктъ, а могатъ да се содержатъ въ 362 хиляди, ние можемъ да разложимъ дѣлимото 372645 на двѣ части 372000+645 и да диримъ, колко пкти 45 хиляди се содержатъ въ 372 хиляди. А споредъ както направихме и по-горѣ, трѣбва да раздѣлимъ само 372 на 45, и при полученныйтъ

$$\begin{array}{r|l}
 372645 & 45000 \\
 \hline
 12645 & 8 \\
 \hline
 & 645 \\
 \hline
 & 12645
 \end{array}$$

остатък 12 да напишемъ 3 нули и да притуримъ още 645, т. е. намѣсто 3-тъ нули да напишемъ изоставеното число 645.

И така, ако дѣлимото и дѣлителътъ иматъ въ края си нули, то отбѣлжваме отдѣсно и въ двѣтъ по равно число нули и написваме при полученіиѣ остатъкъ толкова нули, колкото отбѣлжихме въ дѣлимото.

А ако ли само дѣлителътъ има въ края си нули, тогава въ дѣлителя отбѣлжваме нулитѣ, а въ дѣлимото отъ дѣсно на лѣво отдѣляме толкова цифри, колкото нули отбѣлжихме въ дѣлителя и тѣзи цифри написваме при полученіиѣ подиръ дѣленіето остатъкъ отдѣсно.

Още по-лесно е да се раздѣли число на 10, 100, 1000 въобще на единица съ нули. И наистина да речемъ че искаме, да раздѣлимъ 54672 на 1000. Като направимъ дѣленіето по горѣказаниѣ начинъ, щемъ намѣримъ частно 54, а остатъкъ 672.

$$\begin{array}{r|l}
 54672 & 1000 \\
 \hline
 4672 & 54 \\
 \hline
 & 672
 \end{array}$$

Тѣй сжщо $54672 : 100 = 546$ съ остатъкъ 72;
 $32083 : 10 = 3208$ съ остатъкъ 3 и т. н.

Въ първиѣ примѣръ остатъкътъ 672 сж първиѣ отдѣсно три цифри на дѣлимото; а частното 54 сж останалитѣ цифри на дѣлимото; а понеже дѣлителътъ има 3 нули; то можемъ да кажемъ, че остатъкътъ 672 състои отъ първиѣ отдѣсно цифри на дѣлимото, които сж тѣкмо толкова, кол-

кото нули има дѣлителътъ; а частното има останалитѣ цифри отъ дѣлимото. Тѣй сжщо като раздѣлимъ 54672 на 100, получаваме остатъкъ число 72, което състои отъ първиѣ двѣ цифри на дѣлимото, а въ частното влизатъ останалитѣ цифри на дѣлимото. И така, ако искаме да раздѣлимъ нѣкое число, напр. 765384 на единица съ нули напр. на 10000, трѣбва да отдѣлимъ съ запятая въ дѣлимото отдѣсно толкова цифри, колкото нули има дѣлителътъ (въ дадениѣ примѣръ четири); тѣзи цифри щатъ бждѣтъ остатъкъ, а останалитѣ цифри на дѣлимото щатъ бждѣтъ частно, както $765384 : 10000 = 76$ съ остатъкъ 5384. Тѣй сжщо $3206 : 10 = 320$ съ остатъкъ 6, и т. н.

50. Не е мжно да разберемъ, защо само едното дѣление начинаме отъ лѣво, когато всички други дѣйствія — събиране, изваждане и умножение се начинаютъ отъ дѣсно. Първа причина е, че много по-скоро можемъ да познаемъ, колко пжти едно число се съдържа въ друго, ако начнемъ дѣленіето отъ единициѣ на по-горниѣ редове; втора причина е, че ако дѣлителътъ се не съдържа тѣкмо нѣколко пжти въ тѣзи по-горни единици, то остатъкътъ лесно можемъ да обрнемъ въ единици отъ подолнитѣ редове и при тѣхъ да притуримъ останалитѣ въ дѣлимото единици. Ако ли начнемъ да дѣлимъ отъ дѣсно, което е възможно, нѣ доста бавно и доста по-мжно щемъ намѣримъ исканото частно, както щемъ видимъ отъ долинитѣ примѣръ:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Да раздѣлимъ} & 13824 & 54 \\
 \hline
 & 24 & 0 \\
 \hline
 & 824 & 00 \\
 \hline
 & 3014 & 15 \\
 \hline
 & 10044 & 55 \\
 \hline
 & 0 & 186 \\
 \hline
 & & 256
 \end{array}$$

Понеже почнахме да дѣлимъ отдѣсно на лѣво, то щемъ казваме: 54 въ 4 единици не се съдържа, затова въ

частното пишемъ 0, а при 4 сваляме слѣдующата отлѣва цифра 2 на дѣлимото, която и пишемъ на лѣво отъ 4—тѣ 54 въ 24 пакъ не се съдържа, слѣд. въ частното пакъ напишемъ 0, а при 24 отлѣво трѣбва да свалимъ слѣдующата отлѣва цифра 8 на дѣлимото и щемъ имаме, числото 824. Сега щемъ опитае колко пжти 54 ще се съдържа въ 824, и намираме частно 15, което и подписваме подъ погрѣднитѣ частни, а при остатъка 014 сваляме слѣдующата отлѣва цифра 3 на дѣлимото, та добиваме числото 3014; дѣлимъ това число на 54 и намираме ново частно 55, което и подписваме подъ прѣдшнитѣ, както и остатъкъ 0044 подписваме на мѣстото му. Най-сетнѣ сваляме прѣдшната остатъкъ послѣдната отлѣва цифра на дѣлимото и получваме число 10044, което дѣлимъ на 54 и получваме частно 186, а остатъкъ 0. Полученитѣ отдѣсно частни събираме и получваме частно 256, което можаше да се намѣри много по-лесно и скоро, ако подкачяхме да дѣлимъ отъ лѣво на дѣсно.

51. Опытъ надъ дѣлѣние. За да опитае правили сме направили дѣлѣнието, трѣбва да умножимъ дѣлителя на частното (или наопаки) и при произведението да притуримъ остатъка, ако го има; и това всичко трѣбва да е равно на дѣлимото. Напр. да раздѣлимъ 703659 на 506, частното ще е 1390 и ще се получи остатъкъ 319. За да направимъ опытъ надъ дѣлѣнието умножяваме 1390 на 506 и получваме 703340: притуряме при това произведение остатъкътъ 319, а тѣжъ сумма ще е равна на дѣлимото слѣдов. дѣлѣнието е направено право.

52. По-напрѣдъ се каза, че дѣлѣнието е дѣйствието по което търсимъ такъво число, което да показва, колко пжти едно дадено число се съдържа въ друго; затова дѣлѣнието трѣбва да се употрѣблява въ такива случаи. Тѣй напр. иска се да намѣримъ колко работника можемъ да хванемъ за 24 гроша, ако сѣкиму платимъ по 4 гр.? За да рѣшимъ тая задавка трѣбва да намѣримъ, колко пжти 4 гр. се содержатъ въ 24 гр., т. е. трѣбва да раздѣлимъ $24 : 4$. Частното 6 показва, че за 24 гр.

можемъ да имаме шесть работника. Освѣнъ това частно 6 показва още, че 4 гр. се содержатъ въ 24 гр.; тѣжъ 6 пжти и слѣд. 4 гр. сж шесть пжти по-малко отъ 24 гр.; съ други думи — 4 гр. сж шеста часть отъ 24 гр. И така съ дѣлѣние можемъ да познаемъ, колко пжти едно число е по-големо или по-малко отъ друго, или по-малкото число каква часть е отъ по-големото. Въ горнитѣ примѣры виждаме още, че ако 4 гр. умножимъ на 6, щемъ получимъ 24 гр.; т. е. дѣлимото е равно на дѣлителя, умноженъ съ частното. Слѣд. дѣлимото е произведение, а дѣлительтъ и частното — производители, и понеже при дѣлѣние ни се дава дѣлимото т. е. произведението, и дѣлительтъ т. е. единъ производитель, и иска се частното, т. е. другитѣ производители, то можемъ каза, че дѣлѣнието е дѣйствието, по което съ даденото произведение и единитѣ отъ производителитѣ диримъ другитѣ производители.

Ние видѣхме че като дѣлимъ 24 гр. на 4 гр., добиваме частно 6. И спорѣдъ горѣказаното, на 24 гр. трѣбва да глѣдаме, като на произведение, а на 4 гр. и на 6, като на производители. Кога имаме произведението 24 гр. и нѣкои отъ производителитѣ, 4 гр. или 6, лесно намираме другитѣ производители; трѣбва само да раздѣлимъ произведението на дадениятъ и производитель, слѣд. като раздѣлимъ 24 гр. трѣбва да получимъ частно 6; а като раздѣлимъ 24 гр. на 6, трѣбва да получимъ частно 4. Нѣка се вглѣдаме въ тия два случая; тѣ се отличаватъ единъ отъ другъ. Въ първитѣ случай кога дѣлимъ 24 гр. на 4 гр., и дѣлимото и дѣлительтъ сж именованни числа, а както видѣхме по-горѣ тука диримъ колко пжти 4 гр. се содержатъ въ 24 гр. спорѣдъ това частното 6, което показва това, ще да е число отвлѣчено.

Въ вторитѣ случай иде да дѣлимъ 24 гр. на 6 т. е. именовано число на отвлѣчено. А що показва това? Ако

рѣчемъ, колко пѣти отвлѣченното число 6 се съдържа въ 24 гр., тогава щемъ сгрѣшимъ, слѣд. тука дѣлѣнието е друго значение, а не както горѣ. За да си пояснимъ това значение, нѣка си припомнимъ, че като дѣлимъ 24 гр. на 4 гр. частното показваше още, каква частъ отъ 24 гр. сж 4 гр.

Сега това частно 6 е дѣлителъ; слѣд. лесно е въ ума отъ тукъ да разберемъ, че да раздѣлимъ 24 на 6 може да раздѣлимъ 24 на 6 равни части. И така въ този случай дѣлѣнието е дѣйствие, по което едно число се дѣли на толкова равни части, колкото единици има дѣлителътъ. Частното което показва, колко е голѣмъ всяка отъ тѣхъ части, ще е именованно число и отъ същото наименование, отъ каквото наименованіе е дѣлѣното, защото частта всякога трѣбва да е однородна съ цѣлото.

Тѣй като шестата частъ отъ 24 гр. е 6 пѣти по-малка отъ 24 гр., то като раздѣлимъ 24 гр. на 6, ще умаляваме 24 гр. на 6 пѣти. И така съ дѣлѣние можемъ да умножимъ нѣкое число нѣколко пѣти. Отъ горѣ казанното слѣдва, че кога рѣшаваме практически задава дѣлѣнието може да има двойко значение. Ако се иска да се раздѣли едно именованно число на друго, това ще каже, диримъ колко пѣти едно число се съдържа въ друго; въ тоя случай частното ще е отвлѣчено число. Ако ли трѣбва да дѣлимъ именованно число на отвлѣчено, това ще каже първото число да раздѣлимъ на нѣколко равни части, и частното въ тоя случай освѣтъ, че ще показва колко е голѣма всяка частъ, и ще бѣде однородно съ дѣлѣното, т. е. ще бѣде именованно число.

53. Отъ всичко що се каза слѣдва, че дѣлѣнието се употрѣблява, кога диримъ колко пѣти едно число се съдържа въ друго, или колко пѣти едно число е по-голѣмо или по-малко отъ друго, или каква частъ съставлява едно дадено число отъ друго дадено число, или кога искаме

да раздѣлимъ едно число на нѣколко равни части, или да умалимъ едно дадено число нѣколко пѣти и т. н.

Примѣръ 1. Отъ 320 лакти платно направили 64 ризи; колко лакти сж отишли за една риза? По-малко 320 трѣбва да се раздѣли на 64 равни части, то ще каже, че 320 трѣбва да се раздѣли на 64.

$$\begin{array}{r} 320 \overline{) 64} \\ 0 \quad 5 \end{array}$$

И така за всяка риза сж отишли по 5 лакти.

2. Кое число е четири пѣти по-малко отъ 628?

За да рѣшимъ тая задавка трѣбва 628 да умалимъ 4 пѣти, т. е. да го раздѣлимъ на 4; щемъ намѣримъ, че това число е 157.

3. Паравозъ (локомотивъ) прѣминува въ единъ часъ 48 километра, а конь прѣминува въ сжщето врѣме 12 килом.; колко пѣти по-полека върви коньтъ отъ паравоза? Като раздѣлимъ именованното число 48 килом. на однородното съ него 12 килом., въ частното щемъ получимъ отвлѣчено число 4, което показва, че коньтъ върви 4 пѣти по-полека отъ паравоза.

ПИТАНИЯ.

1. Какво ще каже да раздѣлимъ едно число на друго?
2. Какъ се наричатъ числата, които се даватъ при дѣлѣние и числото, което се получава отъ това дѣйствие? Кой отъ тѣхъ се употрѣблява за това дѣйствие?
3. Какъ дѣлимъ, кога дѣлителътъ е еднозначно число, кога дѣлѣното еднозначно или двозначно?
4. Какъ се увѣряваме, че найдената цифра на частното е сжщата, която диримъ?
5. Какъ се дѣли многозначно число на еднозначно?
6. Какъ се дѣли многозначно число на многозначно?
7. Що правимъ, кога дѣлѣното и дѣлителътъ или само дѣлителътъ иматъ нули?
8. Какъ се дѣли число на 10, 100, 1000.... изобщо на единица отъ нули?

9. Какъ правимъ опитъ на дѣленіето?
 10. Колко значения може да има дѣленіето?
 11. Какво ще бѣде частното, ако дѣлимото и дѣлителътъ сж именувани числа?
 12. Какво ще бѣде частното, ако дѣлимото е именувано число, а дѣлителътъ отвлѣчено число?
 13. Съ кое дѣйствие можемъ да увеличимъ едно число дае число нѣколко пѣти? Или да го умалимъ нѣколко пѣти?
 14. Все едно ли е, кога кажемъ, да умалимъ число 5 или 5 пѣти?

За измѣненіето на произведението и частното.

54. За измѣненіето на произведението. Ние видѣхме че да умножимъ едно число на друго ще каже да земемъ едното число за събираемо толкова пѣти, колкото другото е единици; слѣд. произведението не е друго нищо, освенъ сборъ отъ нѣколко събираеми, равни съ множимото. Сборътъ се увеличава съ увеличаваніето на събираемия слѣд. *произведението въобще се увеличава съ увеличаваніето на множимото.* Тѣй сжщо, ако едното и сжщо събираемо се събира повече пѣти, то щемъ получимъ и по-голямъ сборъ; слѣд. *произведението въобще се увеличава съ увеличаваніето на множителя.* Наопаки: *произведението се умалява, ако умалимъ единъ, който и да бѣде отъ производителитѣ.*

Тѣй, ако множителътъ си остане безъ промѣненіе, а множимото увеличимъ о 2, 3 и т. н. пѣти, и произведението ще се увеличи о 2, 3 и т. н. пѣти, защото пакъ толкова пѣти щемъ земаме за събираемо число, което е увеличено о 2 пѣти, три пѣти и т. н.

Тѣй сжщо, ако множимото си остане безъ промѣненіе, а множителътъ увеличимъ 2, 3 и т. н. пѣти тогава и произведението ще се увеличи толкова пѣти, защото сжщо множимо щемъ земемъ за събираемо два, три и т. н. пѣти, а не по-малко, че пѣти.

Нека пояснимъ съ примѣръ всичкитѣ измѣненія. Искаме да дадемъ на шестима сиромаси по 4 гр., колко гроша трѣбва да имъ се приготвятъ? за да намѣримъ това число, трѣбва 4 да земемъ за събираемо 6 пѣти съ други думи — 4 да се умножатъ съ 6; слѣд. за всичкитѣ сиромаси щѣтъ трѣбватъ $4 \cdot 6 = 24$.

Ако ли искаме да дадемъ на всякой сиромасъ *два пѣти повече*, отъ колкото по-преди, т. е. по 8 гр., тогава за всичкитѣ щѣтъ трѣбватъ $8 \cdot 6 = 48$ гр., т. е. пакъ *два пѣти повече*, отъ колкото по-преди. Тѣй сжщо, ако сиромаситѣ сж *два пѣти повече*, т. е. не 6, а 12, то като дадемъ всякому по 4 гр., за всичкитѣ щѣтъ трѣбватъ $4 \cdot 12 = 48$, т. е. пакъ *два пѣти повече*, отъ колкото по-преди.

Наопаки, ако ли всякому дадемъ по 2 гр., т. е. *два пѣти по-малко*, отъ колкото по-преди, то за всичкитѣ щѣтъ трѣбватъ $2 \cdot 6 = 12$ гр., т. е. пакъ *два пѣти по-малко*, отъ колкото по-преди. Ако сиромаситѣ сж не шестина, а *два пѣти по-малко*, т. е. 3, то като дадемъ всякому по 4 гр., за всичкитѣ щѣтъ трѣбватъ $4 \cdot 3 = 12$ гр., т. е. пакъ *два пѣти по-малко*, отъ колкото по-преди.

И така ако *множимото или множителътъ се увеличава нѣколко пѣти, то и произведението се увеличава пакъ толкова пѣти.* Ако *множимото или множителътъ се умалява нѣколко пѣти, то и произведението се умалява пакъ толкова пѣти.*

Ако ли пакъ дадемъ на всякой сиромасъ не по 4 гр. а *два пѣти повече*, т. е. по 8 гр. а сиромаситѣ да сж не 6 души, а 2 пѣти по-малко, т. е. 3, тогава за всичкитѣ щѣтъ трѣбватъ $8 \cdot 3 = 24$ гр., т. е. пакъ толкова, отъ колкото и по-преди.

Или, ако дадемъ на всякой сиромасъ не по 4 гр., а *два пѣти по-малко*, т. е. по 2 гр., а сиромаситѣ да сж *два пѣти по-вече*, т. е. 12, тогава за всичкитѣ

щѣтъ трѣбватъ 2 . $12=24$, т. е. пакъ толкова, колкото и по-прѣди.

Слѣд. произведението се неизмѣнява, ако единъ отъ производителитѣ се увеличи нѣколко пѣти, другиятъ се умали пакъ толкова пѣти.

ПИТАНИЯ.

1. Какво измѣнение ще стане въ произведението, ако множимото се увеличи 6 пѣти, а множительтъ се умали 3 пѣти?

2. Какво измѣнение ще стане въ произведението, ако множимото увеличимъ 3 пѣти, а множительтъ 6 пѣти?

3. Дадено ни да умножимъ 24 на 42, а ние умножихме 6 на 7. Що стана въ произведението?

4. Дадено ни да умножимъ 36 на 40, а ние умножихме 9 на 80. Що стана въ произведението?

55. За измѣнението на частното. За да видимъ частното кога се измѣнява, нека земемъ единъ примѣръ. Колко оки соль можемъ купи съ 48 пари, ако оката продава по 8 пари? Толкова оки соль можемъ купи, колкото пѣти 8 пари се съдържа въ 48 пари; отъ това види, че 48 трѣбва да се раздѣли на 8, и щемъ получимъ число 6. Ако ли искаме да купимъ соль не за 48 пари, а за сума два пѣти по-голъма, т. е. за 96 пари, тогава като раздѣлимъ 96 на 8, щемъ намеримъ частно 12, което е два пѣти по-голъмо отъ прѣдиданото.

Дѣлимото се увеличи два пѣти — и частното увеличи пакъ два пѣти.

И така: *ако дѣлимото се увеличи нѣколко пѣти, то и частното ще се увеличи толкова пѣти.*

Ако купяхме соль не за 48 пари, а само за 24 пари, което число е два пѣти по-малко отъ число 48, като раздѣлимъ съ 8. щемъ намеримъ частно 3. Слѣд. за 24 пари може да се купи само 3 оки соль, т. е. дѣлимото по-малко отъ по-прѣди.

Наопаки, ако сольта поефтинѣше, и оката се прѣ-

дава не по 8 пари, а два пѣти по-малко, т. е. 4 пари, тогава за същитѣ 48 пари щемъ купимъ $48 : 4 = 12$ или 12 оки соль, т. е. два пѣти повече отъ по-прѣди, сир. 6 оки. И така, *ако дѣлимото се умали нѣколко пѣти, то и частното ще се умали толкова пѣти.*

Най-сетнѣ, ако рѣчемъ, че сольта е поскъпнѣла два пѣти, т. е. оката струва 16 пари, а не както по-прѣди 8, нѣ за соль ни се даватъ не 48 пари, а два пѣти повече, т. е. 96 пари, тогава щемъ земемъ соль $96 : 16$ или 6 оки, т. е. толкова, колкото и по-прѣди.

Тѣй сѣщо, ако сольта поефтинѣше два пѣти, т. е. оката да се даваше по 4 пари, нѣ купяхме не за 48 пари, а за два пѣти по-малко, т. е. за 24 пари, то можяхме да купимъ соль $24 : 4$ или пакъ 6 оки, т. е. пакъ толкова, колкото и по-прѣди.

И така: *кога дѣлимото и дѣлителтъ увеличяваме или умаляваме съ еднакво число, частното се неизмѣнява.*

Примѣри.

1. *Що ще стане съ частното, ако дѣлимото увеличимъ 2 пѣти, а дѣлителтъ увеличимъ 8 пѣти?*

Ако и дѣлителтъ увеличихме 2 пѣти, то частното нѣмаше да се измѣни; нѣ тѣй като дѣлителтъ увеличихме 8 пѣти или 2 . 4, то частното ще се измѣни, защото дѣлителтъ увеличихме още 4 пѣти. Слѣд. частното ще се умали 4 пѣти.

2. *Що ще стане съ частното, ако дѣлимото увеличимъ 5 пѣти, а дѣлителтъ умалимъ 3 пѣти?*

Дѣлимото увеличяваме 5 пѣти, и частното ще се увеличи 5 пѣти, а защото дѣлителтъ умалихме 3 пѣти, частното ще се увеличи още 3 пѣти; слѣд. частното ще се увеличи 15 пѣти.

3. Трѣбало да се раздѣли 64 на 16, а на мѣсто това раздѣлило се 128 на 4; Що станало съ частното?

Тѣй като дѣлимото се увеличи 2 пѣти, а дѣлителъ се умали 4 пѣти, то частното се увеличи 8 пѣти.

4. Трѣбало да се раздѣли 60 на 15, а на мѣсто това раздѣлило се 12 на 3; Що станало съ частното?

Тѣй като и дѣлимото и дѣлителъ се умалиха по 5 пѣти, то частното нѣма да се измѣни.

ПИТАНИЯ.

1. Що ще стане съ произведението, ако множимото се увеличи нѣколко пѣти?

2. Що ще стане съ произведението, ако множителъ се увеличи нѣколко пѣти?

3. Що трѣбва да направимъ съ нѣкой отъ производителитѣ за да умалимъ произведението нѣколко пѣти?

4. Що трѣбва да направимъ съ множимото и множителя за да се неизмѣни произведението?

5. Множимото увеличихме 7 пѣти, а произведението трѣбва да увеличимъ 21 пѣтъ? Що трѣбва да направимъ съ множителя?

6. Що ще стане съ частното, ако увеличимъ дѣлимото нѣколко пѣти?

7. Що ще стане съ частното, ако увеличимъ дѣлителя нѣколко пѣти?

8. Що ще стане съ частното, ако умалимъ дѣлимото нѣколко пѣти?

9. Какъ ще се измѣни частното, ако умалимъ дѣлителя нѣколко пѣти?

10. Какво измѣнение можемъ да направимъ въ дѣлимото и дѣлителя, нѣ частното да се неизмѣни?

11. Що ще стане съ частното, ако умалимъ дѣлимото 6 пѣти, а дѣлителя умалимъ 24 пѣти?

12. Дѣлимото увеличихме 5 пѣти, а частното искаме да увеличимъ 35 пѣти; тогава що трѣбва да сторимъ съ дѣлителя?

Употрѣбление на скобитѣ при умножение и дѣление.

56. Да вземемъ задавка: *сборъ отъ числа 140, 235 и 65, увеличенъ 7 пѣти, да се събере съ разликъ 4282 и 2362, умаленъ три пѣти, и полученъ сборъ да се раздѣли на 744.* За да отбѣлѣжимъ рѣдътъ на тия дѣйствия, трѣбва да направимъ същето, което направихме при събиране и изваждане, т. е. първо да напишемъ сбора $140+235+65$ и за да покажемъ какво той трѣбва да се увеличи 7 пѣти, или да се умножи на 7, заключаваме го въ скоби и слѣдъ тѣхъ пишемъ бѣлѣгъ за умножение и 7, т. е. написваме $(140+235+65) \times 7$. По-нататѣкъ, за да се покаже, че разлика отъ 4282 и 2362 трѣбва да се умали 3 пѣти, съ други думи, да се раздѣли на 3, ние поставяме разликътъ $4282-2362$ въ скоби, подиръ тѣхъ бѣлѣгъ за дѣление и 3, т. е. написваме $(4282-2362) : 3$. Тѣй като споредъ условieto на задавкѣтъ, трѣбва да се вземе сборътъ и отъ двата резултата и да се раздѣли на 744, то като сълобимъ двѣтъ написани изражения съ бѣлѣгъ плюсъ, ние заключаваме всичко въ нови скоби и слѣдъ тѣхъ туряме бѣлѣга за дѣлението и 744, т. е. $\{(140+235+65) \times 7 + (4282-2362) : 3\} : 744$.

Като извършимъ показанитѣ дѣйствия, щемъ намеримъ, какво резултатътъ имъ е равенъ съ 5; Слѣдъ $\{(140+235+65) \times 7 + (4282-2362) : 3\} : 744 = 5$.

Да вземемъ още задавка: *разликътъ на частно отъ 92,700 и 1236 и на частно отъ дѣление сбора 215 и 165 на 10, увеличено съ частно отъ дѣление разликътъ на 463 и 315 на 4, да се умножи на 8.* Да отбѣлѣжимъ първъ, че сборътъ отъ 215 и 165 трѣба да се раздѣли на 10, а разликата отъ 463 и 315 на 4, т. е. да напишемъ $(215+165) : 10$ и $(463-315) : 4$. Сетѣй като сълобимъ всичкитѣ тѣзи изражения съ плюсъ, да заключимъ всичко въ нови

скоби и да отделимъ съ минусъ отъ частното на 92,700 : 1236, или отъ 92,700 : 1236, т. е. да напишемъ:

$$92,700 : 1236 - \{(215 + 165) : 10 + (463 - 315) : 4\}.$$

Най-сетѣ, за да се покаже, че всичката тая разлика трѣбва да се умножи на 8, заключаваме сичкото изражение въ нови скоби, поставяйки слѣдъ тѣхъ бѣлѣгъ за умножение и 8. т. е. написваме:

$$[92700 : 1236 - \{(215 + 165) : 10 + (463 - 315) : 4\}] \times 8.$$

Като извършимъ всичкитѣ показани тукъ дѣйствия, щемъ получимъ нуль.

Приложение на четиретѣ дѣйствия при рѣшение задавки.

57. По-напрѣдъ ние рѣшвахме нѣкои задавки, въ които неизвѣстното число намирахме отъ даденитѣ по нѣкои отъ дѣйствіята. Кога да рѣшяваме подобни задавки, трѣбва да поразмислимъ и да видимъ съ кое отъ четиритѣ дѣйствия щемъ можемъ да рѣшимъ тая задавка. За да навикнемъ повече въ това, нека рѣшимъ още нѣколко задавки.

Какво число трѣбва да се умали съ 83 единици, за да се получи 145? Понеже неизвѣстното число е по-големо отъ 145 съ осемдесетъ и три, то за да го намѣримъ трѣбва да съберемъ 83 съ 145. И така неизвѣстното число е равно съ $145 + 83 = 228$.

2. *Ако неизвѣстно число се увеличи съ 42, то щемъ получимъ 100; колко голѣмо е неизвѣстното число?* Неизвѣстното число ще бѣде по-малко отъ 100 съ четиредесетъ и двѣ, слѣд. за да го найдемъ, трѣбва да извадимъ 42 изъ 100. И така неизвѣстното число ще бѣде равно съ $100 - 42 = 58$.

3. *Ако неизвѣстно число се умали съ 17, щемъ получимъ 4; колко голѣмо е това неизвѣстно?* Явно, че за да се намѣри то, трѣбва 4 да увеличимъ 17 пѣти, и 4 да умножимъ на 17. Слѣд. неизвѣстното число е равно съ $4 \times 17 = 68$.

4. *Ако неизвѣстно число се умножи на 23, то щемъ получимъ 161; съ що е равно неизвѣстното число?* Като го умножимъ на 23 ние щемъ го увеличимъ 23 пѣти, слѣд. то е по-малко отъ 161, 23 пѣти и зато за да го найдемъ, трѣбва 161 да умалимъ 23 пѣти, т. е. да го разделимъ на 23. И така исканото число е равно съ $161 : 23 = 7$.

58. Нѣ има и такива задавки, въ които за да се намѣри неизвѣстното число трѣбва да се произведатъ различни дѣйствия съ даденитѣ числа, сетѣ нови дѣйствия съ полученитѣ резултати и т. н. Нѣ кога какво именно дѣйствие трѣбва да се произведе и надъ кои именно дадени числа, тава не всякога е лесно да се договѣдимъ веднага. Общо правило за рѣшаване подобни задавки не може се прѣдложи, защото самитѣ задавки могатъ да бѣдатъ безконечно разнообразни. Който ще рѣшава такива задавки, длѣженъ е самъ да размисли и да опрѣдѣли дѣйствіята, които трѣбва да се произведатъ съ даденитѣ числа, още и свързката, въ която трѣбва да се направятъ тѣзи дѣйствия помежду си. За примѣръ, нека рѣшимъ нѣколко подобни задавки.

1. *Двойно неизвѣстно число, увеличено съ 45, равно е съ пѣтерно неизвѣстно число; съ що е равно неизвѣстното число?* За да напишемъ при рѣшение задавката думи *неизвѣстно число*, ние го забѣлѣжаваме съ буква x ; двойното неизвѣстно число ще бѣде два пѣти повече отъ простото неизвѣстно число, затова трѣбва да го напишемъ така: $2x$, а пѣтерното — $5x$. Спорѣдъ условіето на дадената задавка ние имаме $2x + 45 = 5x$. И така $2x$ и 45 сѣ събираеми числа, а $5x$ е сборъ, та споредъ това събираемото 45 е равно съ сбора $5x$ безъ другото събираемо $2x$, т. е. $45 = 5x - 2x$. А като извадимъ $2x$ отъ $5x$, щемъ получимъ тройното неизвѣстно число, т. е. $3x$. Слѣдов. $45 = 3x$, и отъ това се вижда, че ако $3x$ е равно на 45, то самъ x ще е равенъ съ 15.

раздѣлено на 3, т. е. $45 : 3 = 15$ или $x = 15$, което дирахме.

2. *Деветерно неизвѣстно число безъ 12 равно е съ пѣтерно число увеличено съ 36; съ що е равно неизвѣстното число?* Като забѣлѣжимъ неизвѣстното число съ x , споредъ условieto на задавката щемъ имаме: $9x - 12 = 5x + 36$; слѣдоват. $9x$ сж повече отъ $5x + 36$; съ дванадесетъ, или $9x = 5x + 36 + 12$, или $9x = 5x + 48$; $9x - 5x = 48$ или $4x = 48$, и най-сетнѣ $x = 48 : 4 = 12$. И така исканото неизвѣстно число е равно съ 12. За да опитаме да ли сме рѣшили право задавката, трѣбва да направимъ отъ найденото число 12 това, което по условieto на задавката трѣбваше да направимъ съ неизвѣстното число. По условieto на задавката разликата $9 \times 12 - 12$ трѣбва да бѣде равна съ сбора $5 \times 12 + 36$. И истинна $9 \cdot 12 - 12 = 108 - 12 = 96$, и $5 \cdot 12 + 36 = 60 + 36 = 96$, и така 12 е наистина числото, което сме търсили.

3. *Ако изъ тройно неизвѣстно число извадимъ 5 и разликата умалимъ 7 пѣти, то щемъ получимъ 1; съ що е равно неизвѣстното число?* Като забѣлѣжимъ това число съ x , по условieto на задавката щемъ имаме: $(5x - 5) : 7 = 1$; слѣд. разликата на $3x - 5$ трѣбва да бѣде 7 пѣти повече отъ 1, т. е. $3x - 5 = 1 \times 7$, или $3x - 5 = 7$. И така $3x$, умалено съ 5, дава 7, а споредъ това $3x$ е съ 5 повече отъ 7, слѣд. $3x = 7 + 5$ или $3x = 12$. А кога $3x = 12$ то x ще бѣде 3 пѣти по-малко; слѣд. $x = 12 : 3 = 4$. И така исканото неизвѣстно число е равно съ 4.

4. *15 лактиѣ платно струватъ 75 гроша; колко пѣтъ струватъ 28 лактиѣ отъ сжщето платно.*

Рѣшение. Единъ лактъ ще да струва 15 пѣти по-малко отъ колкото 15 лактиѣ, а споредъ това за да найдемъ цѣната му, трѣбва 75 гроша да раздѣлимъ на 15; слѣд. единъ лактъ ще струва 5 гроша. А 28 лактиѣ щѣтъ да струватъ 28 пѣти повече отъ колкото единиятъ

слѣд. за да найдемъ колко струватъ тѣ трѣбва 5 гроша да умножимъ на 28. И така 28 лактиѣ струватъ $5 \times 28 = 140$ гроша.

5. *Да се раздѣли едно поле отъ 350 уврата между двама земледѣлци така, щото частта на първиятъ да бѣде о четири пѣти по-малко отъ частта на вториятъ. По колко ще вземе всякой?*

Рѣшение. Частта на първия земледѣлецъ се съдържа четири пѣти въ частта на втория и, слѣд. 5 пѣти въ всичкото число 350 уврати, а споредъ това за да я найдемъ, трѣбва 350 да раздѣлимъ на 5. И така частта на първия = $350 : 5 = 70$ уврати; а частта на втория е четири пѣти повече; слѣд. $= 70 \times 4 = 280$ уврати.

6. *Да се раздѣлятъ 45000 гр. между трима братия така, щото втория да земе о три, а третия о петъ повече отъ първия. Колко гр. ще вземе всякой?*

Рѣшение. Частта на първия се съдържа три пѣти въ частта на втория и петъ пѣти въ частта на третия; слѣд. въ цѣлото число 45000 тя се съдържа деветъ пѣти, а споредъ това за да я найдемъ, трѣбва 45000 да раздѣлимъ на 9. И така частта на първия е равна съ $45000 : 9 = 5000$ гроша; а частта на втория е о три повече отъ 5000 гр.; слѣд. тя е равна съ $5000 \times 3 = 15000$ гр.; частта на третия е о петъ пѣти повече отъ 5000 гр.; слѣд. тя е равна съ $5000 \times 5 = 25000$ гроша.

7. *За 260 гроша купени неизвѣстно число лактиѣ платно, другъ пѣтъ за 296 гр. отъ сжщето платно купени 9 лактиѣ повече. Колко лактиѣ е било купено първия пѣтъ и по колко гр. лактя?*

Рѣшение. Втория пѣтъ заплатени не 250 а 296, т. е., за $296 - 260 = 36$ гр. повече отъ колкото въ първия пѣтъ, защото купени 9 лактиѣ повече. Ще рѣче 9 лактиѣ струватъ 36 гр., слѣдователно, единъ лактъ

струва $36 : 9 = 4$ гр. А кога лакътът струва 4 гр., то за да наидемъ, колко лактие отъ сжщето платно може се купи за 260 гр., трѣбва 260 да раздѣлимъ на 4. Слѣдъ купеното платно за 260 гр. е $260 : 4 = 65$ лакти.

8. Въ 3 кесии се намиратъ 369 гроша ако извадимъ изъ първата 29 гр., а изъ втората 40 гр., то у всичкитѣ три ще бѣде по равно число; по колко има у всяка кесия?

Рѣшеніе. Като извадимъ 29 гр. изъ първата и 40 изъ втората, ние щемъ смалимъ сичкото количество на паритѣ, що се намиратъ въ 3-тѣ кесии, т. е. 369 гр., съ $29 + 40 = 69$ гр., и при това понеже у всичкитѣ ще бѣде по равно число, то за да наидемъ, колко щатъ бѣдѣтъ тогава у всяка кесия, трѣбва $369 - 69 = 300$ гр. да раздѣлимъ на 3. И така у третата кесия се намиратъ 100 гр., у втората повече отъ това съ 40-тѣ гр. които извадихме т. е. 140 гр. а у първата съ 29 гр. повече, т. е. 129 гроша.

9. У двѣ бѣчви се намиратъ 84 ведра вино; ако изъ първата се прѣлѣятъ 14 ведра у втората, то и въ двѣтѣ ще бѣде по равно; по колко ведра вино се намиратъ у всяка бѣчва?

Рѣшеніе. Слѣдъ преливането у всяка бѣчка щатъ бѣдѣтъ $84 : 2 = 42$ ведра вино; а преди това у първата бѣчва бѣха 14 ведра повече, т. е. $42 + 14 = 56$ ведра, а у втората 14 ведра по-малко, т. е. $42 - 14 = 28$ ведра.

10. Петъ братя си раздѣлили неизвѣстно наследство по разни части; ако първитѣ троица дадѣтъ всякой по 800 гр., то у тѣхъ щатъ останатъ толкова пари, колкото има всякой отъ останлитѣ. Колко голѣмо е било това наследство?

Рѣшеніе. Ако забѣлѣжимъ частта на всякой братъ съ x , то тримата първи щатъ зематъ $3x$; всякой отъ тѣхъ трѣбва да даде 800 гр., слѣдъ. всичкитѣ троица

трѣбва да дадѣтъ $800 \times 3 = 2400$ гр.; а споредъ това у тѣхъ щатъ останѣтъ $3x - 2400$ и понеже, споредъ условіето на задаката, това трѣбва да бѣде равно съ частта на всякого отъ останлитѣ, т. е. x , то слѣдов. имаме: $3x - 2400 = x$, или $2x = 2400$, отъ което $x = 1200$. И така всякой братъ ще получи по 1200 гр., а споредъ това всичкото наследство е равно съ $1200 \times 5 = 6000$ гроша.

IV.

6 СЪСТАВНИ ИМЕНОВАННИ ЧИСЛА.

59. Ние видѣхми веќе, че трѣбва да знаемъ числото на предметитѣ или числото на явленията, ако искаме да имаме точно понятие за събранитѣ однородни предмети или за събранитѣ однородни явления. Ако ли желаемъ да имаме точно понятие за всякой единъ отъ събранитѣ предмети или явления, тогава вече не обраќаме внимание на бройтъ на всичкитѣ предмети или на бройтъ на всичкитѣ явления, а трѣбва да разглѣдаме, еднакви ли сѣ предметитѣ или явленията по свойствата си, или тѣ, ако и да сѣ однородни, нѣ по нѣкои свойства си не приличатъ. Така напр. ако имаме нѣколко стола и искаме да знаемъ, еднакви ли сѣ тѣ или не, ние трѣбва да опредѣлимъ еднакво ли сѣ дълги или не, еднакво ли лице иматъ всичкитѣ или едни отъ тѣхъ иматъ по-голѣмо, а други по-малко, и т. н. Тѣй сжщо, ако забѣлѣжимъ напр. нѣколко махални люлѣния и искаме да знаемъ, приличали едно люлѣние на друго, ние трѣбва да опредѣлимъ напр. еднакво ли врѣме употрѣбѣва махалото за всяко люлѣние, или за едно люлѣние употрѣбѣва повече време, а за друго по-малко. Въобще за да си съставимъ пълно и ясно понятие за всякой единъ предметъ

или за всяко едно явление, трѣбва точно да опредѣлимъ всички такива свойства, които могат да сѣ по-голъми или по-малки, както: дължина, лице (повърхнина), обемъ, тегло, стойностъ и проч. въ предметитѣ; връже и проч. — въ явленията. Въ предметитѣ или явленията всичко, що може да бѣде по-голъмо или по-малко, щото може да се опредѣли точно, въ Числителницата се нарича величина.

Бѣлѣжка. Има нѣкои свойства, напр. умъ, юначество, бѣзливостъ, добрина, тѣга, радостъ и др. т., които не могат да се наричатъ математически величини, ако и да ги има по-голъми или по-малки, понеже не могатъ точно да се опредѣлятъ. Така напр. ние можемъ да кажемъ, че единъ човѣкъ е по-юнакъ отъ другитѣ, нѣ не можемъ да опредѣлимъ колко пкти юначеството на първитѣ е по-голъмо отъ другитѣ, не можемъ да кажемъ, че е два пкти, петъ пкти по-юнакъ отъ вторитѣ.

Освѣнъ това, като сравнимъ однороднитѣ прѣдметѣ по свойствата, трѣбва всичко това да изразимъ съ числа, а така напр., за да имаме ясно понятие за дължината на столътъ, ние земаме друга нѣкоя дължина, напр. аршинъ, и сравняваме дължината на столътъ съ дължината на аршинътъ, за да видимъ колко аршина могат да се побратъ въ дължината на столътъ. Да речемъ напр. че аршинътъ се побра въ дължината 7 пкти; тогава можемъ да кажемъ, че столътъ е по-дълъгъ отъ аршина 7 пкти, или дължината на столътъ е равна тъкмо съ 7 аршина. И така, ние като имаме понятие за аршина, щемъ имаме точно понятие за дължината на столътъ. Това сравняване дължината на столътъ съ дължината на аршина, или въобще *сравняване на всякоя величина съ друга однородна, нарича се мѣрение. Величината, съ която сравняваме друга, нарича се единица или мѣрка.* Онова, що получимъ отъ мѣрението, ще показва колко пкти единицата се съдържа въ измѣряемата величина; или, съ други

думи, ще показва колко пкти измѣряемата величина е по-голъма отъ единицата и това изразяваме съ число.

60. Отъ горнитѣ примѣри видѣхми, че столътъ е по-дълъгъ отъ аршина тъкмо 7 пкти. Тукъ число 7 е *цѣло число*. Нѣ можеше столътъ да е по-дълъгъ отъ 7 аршина, тогава ние раздѣляваме аршина на нѣколко равни части, напр. на 8 и глѣдаме, колко отъ тѣзи 8 части можемъ да отбѣримъ въ остатѣка. Да речемъ, че такива части се събраха три; тогава казваме, че дължината на стола е равна съ 7 арш. и три осми части отъ аршина, или по-късо — седемъ арш. и три осми отъ аршина. И така ако единицата се съдържа въ величината нѣколко пкти и остане още остатѣкъ, въ който цѣлата единица не може да се съдържа, тогава дѣлимъ единицата на нѣколко равни части и глѣдаме, колко пкти една такава частъ се съдържа въ остатѣка. Онова, щото получимъ отъ това мѣрение, ще се изрази съ *цѣло число и дробь*.

Най-сетнѣ, ако измѣряемата величина бѣде по малка отъ единицата, тогава я сравняваме съ нѣкоя частъ отъ единицата и полученото щемъ изразимъ съ *дробь*.

61. Въ всяко царство се нахождатъ въ употребѣние голѣмо множество различни *мѣрки* за дължина, за монета, за тяжина и проч. Тѣзи мѣрки сѣ *постоянни и потвърдени отъ закона*. Освѣнъ това за измѣрение величини отъ единъ родъ, нѣ отъ различна голѣмина, всждѣ сѣ приети единици отъ различна мѣрка; най-голъмата единица отъ тѣхъ дѣлятъ на нѣколко равни части, които сѣ по-малки единици а тѣзи пакъ на още по-малки единици. Така, оката се дѣли на 400 равни части, нарѣчени драмове, единъ драмъ на 4 зърна (чекердека). Тукъ 1 ока, 1 драмъ, 1 денкъ, 1 зърно сѣ единици отъ единъ родъ, защото служатъ за измѣрение тяжина, нѣ отъ твърдѣ различна голѣмина отъ това иматъ и различни наименования.

Числото, което показва, колко единици отъ по-малкото наименование се съдържатъ въ една единица отъ по-голямото наименование, нарича се *единично отношение*. Например, единъ грошъ съдържа у себе 40 пари: тукъ число 40 е единично отношение на гроша къмъ парата, което показва, о колко пѣти 1 гр. е повече отъ една пара, или о колко пѣти 1 пара е по-малко отъ единъ грошъ. Единичнитѣ отношения на различнитѣ мѣрки трѣбва да се знаятъ добръ на изустъ, защото безъ това мъчно е да се работи съ именванитѣ числа.

62. Тукъ се помѣщава таблица на по-употрѣбителнитѣ у насъ мѣрки, които служатъ за измѣрване дължина, повърхность (лице), тяжнина, врѣме и проч. съ тѣхнитѣ подраздѣления на единици отъ по-малкото наименование.

I. Мѣрки за дължина.

За най-голяма единица отъ дължина уобщо е приятъ отъ земний екваторъ единъ градусъ, който съдържа 15 нѣмски или географически мили.

Нѣмска миля съдържа 4 морски или Италиански мили.

1 нѣмска миля е равна съ около $1\frac{1}{5}$ часа.

или една миля съдържа около 245,000 растегъ

1 растегъ се дѣли на 3 лакти,

1 лактъ (аршинъ) се дѣли на 8 руба,

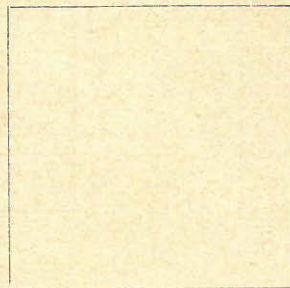
1 рубъ се дѣли на 2 греха

1 грехъ се дѣли на 2 крата.

II. Мѣрки за повърхнина.

За измѣрване повърхнина взема се мѣрка, която се нарича *квадратна или четвъртита мѣрка*. Квадратъ се нарича такъвъ четиригълникъ, у който всички четире страни сѫ равни прави чѣрти и всички ъгли сѫ

(прави) равни по между си, както се види отъ долниятъ чѣртежъ.



Да начѣртаемъ квадратъ на листо книга и да го изрѣжемъ. Такъвъ квадратъ ще прѣдставлява *квадратна площъ*. Всичкитѣ за повърхнина мѣрки сѫ подобни *квадратни площъ* и се различаватъ само по дължината на странитѣ; ако всяка страна е равна съ единъ растегъ, тогава такъва квадратна площъ се нарича *квадратенъ растегъ*; ако всяка страна е равна на аршинъ, тогава такъва площъ се нарича *квадратенъ аршинъ* и т. п. За да прѣмѣримъ нѣкоя повърхнина, напр. пода (дюшето) на стаята трѣбва да намѣримъ колко такива квадрата се събиратъ въ тая повърхнина. Така напр. дължината на стаята е 7 аршина, а широчината 5; като умножимъ дължината, сир. $7 \times 5 = 35$ кв. аршина, както се види отъ чѣртежъ 1. Ако ли стаята е четвъртита, т. е. има четиретѣ си страни равни, тогава не е нужда да се мѣрятъ двѣ страни, а стига да измѣримъ само едната и полученото число да земемъ въ квадратъ. Така напримеръ измѣрихме едната страна на стаята и намѣрихме, че е равна съ 5 аршина; число 5 въ квадратъ $= 5^2 = 25$, слѣдователно стаята има 25 квадратни аршина. За да се увѣримъ въ това, нека прѣгледаме въ слѣдующитѣ чѣртежъ.

Чър. 1.

7	1	2	3	4	5
6	6	7	8	9	10
5	11	12	13	14	15
4	16	17	18	19	20
3	21	22	23	24	25
2	26	27	28	29	30
1	31	32	33	34	35
	1	2	3	4	5

широчина.

дължина.

Така и единъ четвъртитъ лакътъ съдържа $8 \times 8 = 64$ кубове, или единъ четвъртитъ лакътъ $= 1 \times 16 = 16^2 = 165$ крата.

У насъ за мѣрzenie голѣми повърхнини отъ земъ уобщо е приета за единица четвъртита площъ, нарѣченъ *увратъ*, т. е. такъвъ четириъгленникъ, който има и четиретѣ си страни равни и всяка една отъ по 40 крачки дълга; така

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1 увратъ има 40 | □ четвъртити крачки. |
| 1 увратъ се дѣли на 4 | □ » лехи. |
| 1 леа има 10 | □ » крачки. |

III. Мѣрки за обеми.

За мѣрzenie обеми, или дебелина на тѣла, употребяватъ особити мѣрки, които се наричатъ *кубически*, защото тѣ иматъ форма на *кубъ*.

Кубъ се нарича такова тѣло, което се ограничава отъ шестъ страни съ шестъ равни и еднакво единъ на другъ наклонени *квадрати*, на които всички ребра помежду си сѫ еднакви, и всяко е равно съ една коя-да било единица отъ дължини. А *ребро* се нарича правата

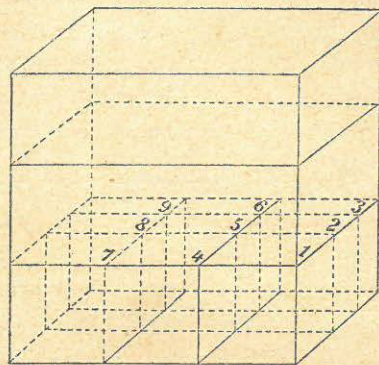
Чър. 2.

5.	1. к. арш.	2.	3.	4.	5.
4.	6.	7.	8.	9.	10.
3.	11.	12.	13.	14.	15.
2.	16.	17.	18.	19.	20.
1.	21.	22.	23.	24.	25.
	1.	2.	3.	4.	5.

чърта, гдѣто се прѣсича единъ квадратъ съ другъ. Такива ребра у куба има 12, както се види отъ слѣдующийтъ чъртежъ 3.

Чър. 3.

Единъ кубич. растежъ.



Кубъ у който всяко ребро е растежъ, и слѣд. у който всяка страна е квадратенъ растежъ, нарича се *кубически растежъ*.

Кубъ, у който всяко ребро е равно на аршинъ, и слѣд. всяка страна е квадратенъ аршинъ, нарича се *кубически аршинъ* и т. н. За да измѣримъ нѣкой обемъ, напр. обемътъ на една стая, трѣбва да измѣримъ височината, дължината и широчината и да ги умножимъ помежду имъ. Напр. 4 растега дължина, 3 растега широчина и 2 растега дебелина ще бжде: $4 \times 3 \times 2 = 24$ куб. растега.

- | | |
|---------------------|--|
| 1 кубически растежъ | $= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ куб. лакт. *) |
| 1 » лакътъ | $= 8 \times 8 \times 8 = 8^3 = 512$ » кубове. |
| 1 » грехъ | $= 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 9$ » кратове. |

*) Въ това можемъ да се увѣримъ отъ чъртежъ 3, който представлява куб. растежъ и на който ребрата раздѣлихме по на три равни части. Понеже растежътъ е равенъ съ три лакти, то като прекараме чърти, щемъ получимъ 27 куб. лакти.

IV. Мѣрки за тѣжина.

Най-големѣ единица за тѣжина у насъ е товаръ.

1 товаръ има.....	100 оки,
1 ока има.....	400 драмове,
1 драмъ има.....	4 денка,
1 денкъ има.....	4 зърна (чекерденъ)
44 оки правятъ.....	1 кантаръ.

V. Мѣрки за вмѣстимостъ на водни.

1 ведро (мѣра) има.....	12 оки,
1 ведро се дѣли на.....	2 половѣка,
1 половѣкъ има.....	6 оки.

VI. Мѣрки житни.

1 кило се дѣлеше на 4 *крини* или *паници*, и различни мѣста заключаваше различно число оки. Царска градското кило събираше 20 оки. Най-новата житна мѣра, която ще се употрѣблява за напредъ у насъ, е *крин* (шеникъ) отъ 10 оки.

VII. Мѣрки за монети.

Единица за монети у насъ е *грошъ*.

1 грошъ се дѣли на 40 пар.
1 пара „ „ „ 3 аспри (дуката).
1 дукато „ „ „ 3 бодки.

100 гроша правятъ една жълтица меджидие (лира). Турската жълтица е 2 драма и 4 крата.

Срѣбърний двадесѣтъкъ е 7 драма и 4 крата.

Забѣлѣжка. Турскитѣ златни монети иматъ на 1000 части 916½ части чисто злато и 83½ части мѣдъ; срѣбърнитѣ монети иматъ на 1000 части 830 части чисто срѣбро и 170 части мѣдъ.

VIII. Мѣрки за врѣме.

1 вѣкъ (столѣтие) има	100 години,
1 година	» 12 мѣсяци,
1 мѣсяцъ	» 4 недѣли или 30 денонощия,
1 недѣля	» 7 денонощия,
1 денонощие	» 24 часове,
1 часъ	» 60 минути,
1 минута	» 60 секунди,
1 секунда	» 60 терции.

Година се нарича врѣмето, въ което земята заобикаля единъ пътъ около слънцето; а денонощие или день—врѣмето, въ което земята се завърта около осъта си. Годината има 365 дни, 5 часа, 48 минути и 50 секунди; нѣ въ общежитието приематъ, че годината има само 365 дни; а всяка година има повече близо 6 часа, които въ четире години правятъ цѣль день; затова слѣдъ три години, които иматъ по 365 дни или *прости*, четвъртата година броятъ отъ 366 дни и тоя день притурятъ на мѣсяцъ Февруария, който е билъ подирний въ 45 година по Р. Х., когато Юлий Цезарь въвелъ това лѣточисленіе, което затова се и нарича Юлианско; а годината се нарича *високосна**). Понеже годината, отъ която ние броемъ врѣмето т. е. годината, въ крайтъ на която (25 Дек.) се родилъ Исусъ Христосъ, била високосна, то слѣдователно 4-та, 8-та, 12-та години слѣдъ Р. Х. били високосни, и уобще всичкитѣ години, които се дѣлятъ безъ остатѣкъ на 4, казватъ се високосни.

Мѣсяцъ се нарича врѣмето на мѣсячината около земята, и тъй като това врѣмя е 29 дни, 12 часове, 44 минути и 3 секунди, а хората броятъ това време тъкмо 30 дни. Нѣ въ годината броемъ 12 мѣсеца и ако броемъ

*) Думата високосна е искривена латинска дума bissextilis т. е. година, на която числото на денонощията (366) съдържа въ себеси два пѣти цифра 6.

всякой мѣсець по 30 дни, щемъ получимъ само 360 дна затова и другитѣ 5 дни въ простата година и другитѣ въ високосната сж разрѣдени по различнитѣ мѣсеци тѣ. Януарий има 31 день, Февруарий 28 въ проста и 29 въ високосна година, Мартъ 31, Априлий 30, Майй 31, Юний 30, Юлий 31, Августъ 31, Септемврий 30, Октомврий 31, Ноемврий 30 и Декемврий 31 день.

IX. Раздѣление окръжностъ на кръга.

Окръжността на всякой кръгъ обикновенно раздѣлять на 360 равни части нарѣчени *градуси*; градусътъ се дѣли на 60 *минути*, минутата — на 60 *секунди*.

градусътъ се бѣлѣжи съ знакъ ($^{\circ}$),

минутата » » » » ($'$),

секундата » » » » ($''$).

Напр. 32 градуса и 26 минути и 37 секунди пишмъ 32° 26' 36''.

X. Мѣрки хартийни.

1 топъ (рисъ) съдържа 20 дестета.

1 десте » 24 листа.

1 листъ » 2 половини.

1 половина » 2 четвъртини.

1 четвъртина » 2 осмини.

XI. Мѣрки апотекарски.

Фунтъ (℥j) (133 $\frac{1}{3}$ драма).	1 Фунтъ = 12 унции.
Унция (ʒj).	1 Унция = 8 драхма.
Драхма (ʒj).	1 Драхма = 3 скрупула.
Скрупулъ (ʒj).	1 Скрупула = 20 грама.
Гранъ (gr).	

63. Метрическа система. Отъ мѣрките на другитѣ царства забѣлѣжителна е тѣй нарѣчената *метрическа система*, която първъ пѣтъ се въведе въ Френско

1801 г. Тѣзи система е нарѣдена отъ френскитѣ учени Лапласа, Борди, Манджа и др., които зеха отъ естеството постоянна една величина и отъ нея съставиха всичкитѣ други мѣрки, тѣй щото, ако непрѣдвиденъ нѣкой случай истреби всичкитѣ единици на мѣрките, да могатъ лесно пакъ да се намѣрятъ. Съ тая цѣль Френцитѣ избѣриха тѣжко четвъртината на парижскитѣ меридианъ*) и едната 10-миллионна частъ отъ нея зеха за единица, която нарѣкоха метръ,**) затова и тая система нарѣкоха *метрическа система*. Слѣдов. метърътъ е една 10-миллионна частъ отъ четвъртината на меридианътъ или 40 милионна частъ отъ цѣлнитѣ меридианъ и съ него мѣрятъ дължина.

Всичкитѣ други мѣрки сж съставени отъ главната мѣрка, метръ, на основание на десетичната система, т. е. една отъ друга е по-голъма или по-малка о 10 пѣти. При това за да поименувать по-голъмитѣ мѣрки отъ метръ, притурять при метъра гръцки думи: *дека*—десять, *екто*—сто, *кило* или *хило*—хилядо, *мириа*—10,000; за по-малкитѣ отъ метъра—латински: *деци*—една десѣта, *центи* или *санѣи*—една стотна, *милли*—една хиляда. И тѣй сж съставени слѣдующитѣ названия за дължина.

I.

Метръ.	
Декаметръ	е дължина отъ 10 метра.
Ектометръ	» » » 100 »
Километръ	» » » 1000 »
Мириаметръ	» » » 10000 »
Дециметръ	е десѣта частъ отъ метъра ($\frac{1}{10}$ м.).

*) Меридианъ се нарича она кръгъ, който минува прѣзъ нѣката полюса и нѣкое мѣсто на земѣта.

**) *Метръ* е произлѣзла отъ гръцката дума *метронъ* — мѣсто ще рече *мѣрка*.

Сантиметръ е стотна часть отъ метъра ($\frac{1}{100}$ м.).
 Миллиметръ е хилядна часть отъ метъра ($\frac{1}{1000}$ м.).
 И така 1 метръ има 10 дециметри, или 100 сантиметри или 1000 милиметри.

II. За повърхнина.

Аръ е пространство отъ 100 четвъртити метри, т. е. едно четвъртито лице, на което всяка страна е отъ 10 метри.

Декаръ = 10 ара

Хектаръ = 100 » или четвъртито

це, на което всяка страна е отъ по 100 метри.

Килоаръ = 1,000 ара.

Мириаръ = 10,000 »

Дециаръ = $\frac{1}{10}$ отъ »

Сантиаръ = $\frac{1}{100}$ отъ »

Милиаръ = $\frac{1}{1000}$ отъ »

III. За обемъ.

Главна единица на обемитъ е *кубический метръ* или кубъ, на който шесттъ страни сж квадратни метри. Съ други думи кубич. метръ е кубъ, на който ребро има единъ метръ.

Токо рѣчи нѣма въ употребленіе единици, по-големи отъ кубический метръ; нъ често се употребляватъ по-малки единици, напр.: *кубический дециметръ* и *кубический сантиметръ*, които сж кубове — единиятъ с ребро отъ 1 дециметръ, другиятъ сж ребро отъ единъ сантиметръ.

Всяка отъ единицитъ на обема е 1000 пъти по-голяма отъ слѣдующата единица, напримѣръ:

1 кубич. метръ = 1000 кубич. дециметри; и

1 кубич. децим. = 1000 кубич. сантиметри;

Слѣд. 1 кубич. метръ = 1.000,000 кубич. сантиметри.

И наопаки, 1 кубич. децим. = $\frac{1}{1000}$ отъ кубич. метръ
 1 кубич. сантим. = $\frac{1}{1000}$ отъ куб. дец. или
 = $\frac{1}{1.000.000}$ отъ куб. метръ.

Кубический метръ се нарича *стеръ*, кога се употребява за мѣрене дърва. Десять стера наричатъ *декастеръ*.

IV. За вмѣстимостъ.

Литра е равна съ 1 куб. дециметръ, или обемъ, който има на-длъжъ, на-ширъ и на дебелина по 1 дециметръ.

Декалитръ бере 10 литри;

Хектолитръ бере 100 литри;

Дециметръ е една десята отъ литра.

V. За тегла.

Грамъ тегне колкото тегне 1 кубический сантиметръ прѣтаена вода при топлина 4 по целзиевий термомѣръ.

Килограмъ е равенъ на 1000 грамове или близо 312 драма наши.

Метрический кантаръ има 100 килограмма.

Метрическа тонна тегне 1000 килограмма.

Дециграмъ е една десята часть отъ грамъ.

Сантиграмъ е една стотна отъ грамъ.

Миллиграмъ е една хилядна отъ грамъ.

VI. За монети.

Френската единица за монети е *франкъ*.

Франкътъ се дѣли на 100 сантима, 20 франка правятъ френска жълтица.

64. Прости и съставни именновани числа. За да измѣримъ нѣкоя величина ние можемъ да употребимъ нѣколко мѣрки и резултатътъ на измѣреното можемъ да из-

разимъ или въ мѣрка само отъ едно наименование, или въ мѣрки отъ различни наименования, само трѣбва тѣ да сѫ еднородни. Така напр. измѣрими дължината на нѣкоя стая и намѣрими, че тая дължина има 6 аршина. Такова число се нарича *просто именованно число*. А ако при измѣрението останеше и остатъкъ, по-малакъ отъ единъ аршинъ, тогава него измѣрвами съ мѣрка по-малка отъ аршина, напр. съ рубъ, въ таквъ случай дължината на стаята ще се изрази съ аршини и рубли, т. е. съ единици еднородни, нъ отъ различни наименования. Такова число се нарича *составно именованно число*; напр. 6 аршина и 15 рубъ.

Кога да напишемъ составно именованно число, пишешъ едно наименование слѣдъ друго и помежду имъ туряме бѣлѣгъ — (чърта) или + (плюсъ). Така напр. за да напишемъ составно именованно число: двадесать и петъ кантаря, осемъ оки, четири драма, пишешъ: 25 кан. + 8 оки + 4 драма.

ПИТАНИЯ.

1. Що се нарича въ Числителницата величина?
2. Що ще каже да измѣримъ една коя-да-бика величина? Какъ щемъ изразимъ резултатътъ на измѣреното?
3. Кога резултатътъ се изражава съ цѣли числа, съ дробъ, съ смѣсена дробъ?
4. Що се нарича единично отношение на двѣ мѣрки?
5. Да се преброятъ мѣрките за дължина, повърхност и обеми? Що се нарича квадратъ и кога се употреблява? Що е кубъ и що мѣримъ съ него?
6. Да се преброятъ всичките мѣрки.
7. Що се нарича проста и високосна година и защо високосната брой единъ день повече?
8. Отъ слѣдующитѣ години кои сѫ високосни: 1876, 1860, 1870, 1864, 1878, 1879, 1880?
9. Що се нарича составно именованно число?

Раздробение.

65. Често става нужда, та едно именованно число отъ по-голъмо наименование или отъ нѣколко различни наименования, да се приведе въ число отъ по-малко наименование. Дѣйствието, съ което можемъ да извършимъ това, нарича се *раздробение*. Така напр. 5 растега 2 лакти и 2 рубъ да ги приведемъ въ рубли.

$$\begin{array}{r}
 \text{раст.} \quad \text{лак.} \quad \text{руб.} \\
 5 + 2 + 2 \\
 \times 3 \\
 \hline
 15 \\
 + 2 \\
 \hline
 17 \text{ лакти.} \\
 \times 8 \\
 \hline
 136 \text{ рубли.} \\
 + 2 \\
 \hline
 138 \text{ руб.}
 \end{array}$$

Понеже въ 1 растега се намиратъ 3 лакти, то въ 5 растега трѣбва да бѣждатъ о 5 пѣти повече; слѣд. трѣбва да умножимъ 3 на 5, или все едно, 5 на 3, затова и подписваме 3 подъ 5. Полученото число 15 означава лакти, нъ при него трѣбва да притуримъ и даденитѣ 2, тогава всичките лакти щѣтъ сѫ 17; единъ лактъ има 8 рубъ, а 17 лакти, щѣтъ иматъ толкова пѣти повече, колкото 17 е по-голъмо отъ единицата, слѣд. трѣбва 17 да умножимъ на 8. Полученото число 136 ще означава рубли. Нъ при тѣхъ трѣбва да се притурятъ даденитѣ 2 рубъ и тогава щемъ имаме всичко 138 рубли; слѣд.: 5 рас. + 2 лак. + 2 руб. = 138 руб.

И така, ако искаме да раздробимъ составно именованно число, трѣбва да начнемъ отъ най-голъмото

наименование, което умножаваме на единичното отношение и щемъ получимъ число отъ по-малко наименование.

Ако въ дадения примѣръ имаме число отъ същото наименование, отъ което е и полученото произведение притуряме го при него и тая сума дробимъ въ по-малко наименование. Същото правимъ ако искаме да раздробимъ числото и отъ това наименование още въ по-малко, докѣл не получимъ число отъ онова наименование, въ което искаме да изразимъ даденото съставно число.

ПИТАНИЯ.

1. Що е раздробение?
2. Какъ става раздробението на именованиятъ числа?

8 Прѣвръщаніе.

66. Прѣвръщаніе е дѣйствиe, по което нѣкое именованно число отъ едно наименование, можемъ да го прѣдставимъ въ видъ на съставно именованно число; съ други думи — такова дѣйствиe, съ което можемъ да познаемъ, колко различни мѣрки отъ по-горне наименование се съдържатъ въ даденото именованно число, което е само отъ едно наименование.

Да рѣчешъ, че искаме да знаемъ, колко дни, часове и минути се съдържатъ въ 440244 секунди.

440244 сек.	60		
202	7337 мин.	60	
224	133	122 часа	24
444	137	2 часа	5 дни.
24 сек.	17 мин.		

Най-напрѣдъ прѣвръщаме секундита въ наименование по-голѣмо, т. е. въ минути, като казваме тъй: въ една

минута се съдържатъ 60 секунди, слѣд. въ 440244 секунди ще се съдържатъ толкова минути, колкото пакти 60 се съдържа въ 440244, а затова трѣбва 440244 да раздѣлимъ на 60. Частното 7337 показва, колко минути се съдържатъ въ даденото число, а остатѣкътъ 24 — колко секунди остоятъ.

7337 минути прѣвръщаме въ по-голѣмо наименование, т. е. въ часове за това дѣлимъ 7337 съ единичното отношение на минутитѣ спротивъ часоветѣ, т. е. на 60, и получаме 122 часа и 17 минути; 122 часа прѣвръщаме въ дни, затова трѣбва да дѣлимъ 122 на 24, т. е. на единичното отношение на часоветѣ спротивъ днитѣ, и щемъ получимъ въ частното 5 дни и остатѣкъ 2 часа.

Сетитѣ вземаме послѣдното частно и всичкитѣ прѣдидущи остатѣци, като броемъ отъ първиятъ къмъ послѣдниятъ и получаме отъ 440,244 сек. = 5 дни, 2 часа, 17 мин. и 24 сек.

И така за да направимъ прѣвръщаніе, най-напрѣдъ прѣвръщаме дадениятъ мѣрки отъ по-малкото наименование въ мѣрки отъ по-голѣмото слѣдъ тѣхъ наименование. Затова трѣбва да раздѣлимъ даденото число на единичното отношение. Частното ще ни покаже, колко мѣрки отъ по-голѣмото наименование съдържа въ себеси даденото число, а остатѣкътъ ще ни покаже, че отъ него (остатѣкъ) не може да се състави единица отъ по-горне наименование.

Същото извършваме и съ частното, т. е. и него раздѣляме на единичното число, и тъй продължаваме докѣл прѣвърнемъ даденото число въ изискуемото наименование и най-сетитѣ щемъ поличимъ остатѣкъ, който нече може да състави нито една единица отъ онова наименование, въ което прѣвръщаме. Послѣдното частно и всичкитѣ прѣдидущи остатѣци отъ послѣдниятъ къмъ първиятъ, написваме наредъ, като пишемъ помежду имъ бѣлѣгъ плюсъ и тогава получаме съставно

именованно число, което ще е равно на даденото произведение или несъставно.

Бѣлѣжка. Отъ казаното до сега за раздробяване прѣвръщане ясно се види, че съ раздробяване можемъ да правимъ повѣрката на прѣвръщането, и наопаки — съ прѣвръщане да правимъ повѣрката на раздробяването.

ПИТАНИЯ.

1. Що е прѣвръщане?
2. Какъ става прѣвръщане?
3. Какъ става повѣрката на раздробяването?
4. Какъ става повѣрката на прѣвръщането?

Събиране.

67. Няка ни е дадено да съберемъ слѣдующи составни именувани числа: 2 жлт. 45 гр. 14 пари. 5 жлт. 35 гр. 32 пари и 7 жлт. 70 гр. 4 пари. Дѣйствието се разполага така, щото всички числа отъ еднаквото наименование да стоятъ едни подъ други, и казвами

$$\begin{array}{r} 2 \text{ жлт.} + 45 \text{ гр.} + 14 \text{ пари} \\ 5 \text{ „} + 35 \text{ „} + 32 \text{ „} \\ 7 \text{ „} + 70 \text{ „} + 4 \text{ „} \\ \hline 15 \text{ жлт.} + 51 \text{ гр.} + 10 \text{ пари} \end{array}$$

14 пари + 32 пари + 4 пари = 50 пари = 1 гр. 10 пари; пишемъ 10 пари подъ чъртата срѣщу паритѣ, а 1 грошъ задържамъ на умъ за да го съберемъ съ грошоветѣ. Сетѣмъ събирами грошоветѣ 45 гр. + 35 гр. + 70 гр. = 150 притурями при тѣхъ и задържаний на умъ единъ грошъ, та стоятъ 151 грошъ = 1 жлтица и 51 грошъ; 51 гр. пишемъ подъ чъртата срѣща грошоветѣ, а 1 жлтица събирами съ жлтицитѣ и намирами, че 2 жлт. + 5 жлт. + 7 жлт. + 1 жлт. = 15 жлтици. Слѣдъ всичката сума ще бѣде 15 жлт. 51 гр. и 10 пари.

И така за да съберемъ нѣколко составни именувани числа, трѣбва да ги напишемъ едно подъ друго

така, щото единицитѣ отъ едно наименование да стоятъ въ единъ правъ стълбъ, и сетѣмъ да почнемъ да събираме отъ най-малкитѣ единици. Ако сборътъ отъ числата на кое да е наименование състави единица или нѣколко единици отъ най-близкото наименование, то трѣбва да ги отдѣлимъ и притуримъ при единицитѣ отъ това наименование.

Другъ примѣръ. По малкий ми братъ, казалъ нѣкой си ученикъ на другий, е 8 год. + 3 мѣс. + 5 дни; азъ съмъ по-старъ отъ него 2 год. + 8 мѣсеца; по-големий ни братъ е по-старъ отъ мене 3 год. + 25 дни; а баща ни е билъ на 25 год., кога се родилъ по-големий ни братъ. Да се намѣри, колко години има баща ни?

Тукъ у събираемитѣ числа се намиратъ години, мѣсяци и дни, нѣ защото у второто събираемо нѣма дни, у третото — мѣсяци, а у четвъртото и мѣсяци и дни, то за по-лесно събиране да напишемъ на мѣстата имъ по нула и

$$\begin{array}{r} 8 \text{ год.} + 3 \text{ мѣс.} + 5 \text{ дни} \\ 2 \text{ „} + 8 \text{ „} + 0 \text{ „} \\ 3 \text{ „} + 0 \text{ „} + 25 \text{ „} \\ 25 \text{ „} + 0 \text{ „} + 0 \text{ „} \\ \hline 39 \text{ год.} + 0 \text{ мѣс.} + 0 \text{ дни} \end{array}$$

събираме: 5 + 25 дни = 30 дни. Нѣ защото 30 дни правятъ 1 мѣсяцъ, то подъ чъртата срѣща дниѣ туряме нула, а 1 мѣс. събираме съ мѣсяцитѣ, та намираме 3 + 8 + 1 = 12 мѣсяци = 1 година. Зато и срѣща мѣсяцитѣ подъ чъртата пишемъ нула а 1 год. събираме съ годинитѣ, та намираме, че бащата има 8 + 2 + 3 + 25 + 1 = 39 години.

68. Отъ практическитѣ задавки, които се отнасятъ до събиране составни именувани числа, трѣбва да обръщаме внимание върху задавитѣ за врѣмя, защото тѣ прѣдставляватъ нѣкакви си особености при рѣшението. Въ задавитѣ за врѣме, които се разрѣшаватъ съ съ-

бирание, всякога се дава *врѣмя* отъ нѣкакво-си събитие и *межда* отъ врѣме *между* това събитие и друго по-слѣдующе, а иска се да се опрѣдѣли *врѣмјато на това по-късно събитие*. Да рѣшимъ нѣколко такива задачи.

1. *А се родилъ на 29 Августа прѣзъ 1812 година, а умрѣлъ слѣдъ 51 година, 6 мѣсеци и 23 дни, кога е умрѣлъ той?*

Въ тая задача е дадено врѣме отъ едно събитие — рождението на А и междата отъ врѣмето между това събитие и друго по-късно — неговата смърть, и иска се по тѣзи дадени да се опрѣдѣли врѣмето на послѣдното събитие.

Трѣбва да забѣлѣжимъ, какво ние броимъ врѣмето отъ Р. Х. и като забѣлѣжаваме годината и числото на какво-да било събитие, ние даваме врѣме не прѣминало, а настъпило; така въ деня на рождението му не сѣ минали отъ Р. Х. 1812 години, а токо настъпила и владѣла 1812-та година; слѣдователно минали сѣ цѣли 1811 години, а отъ 1812-та година минали сѣ пълни 7 мѣсеци; Януарий, Февруарий, Мартъ, Априлъ, Майъ, Юний и Юлій и настъпилъ 26-й день отъ осмий мѣсець Августа. Слѣдов. отъ Р. Х. до рождението на А минали сѣ цѣли 1811 г. 7 мѣс. и 25 дни. А защото слѣдъ това събитие до умираието на А се минали още 51 год., 6 мѣс. и 23 дни, то за да познаемъ колко врѣме е прѣминало отъ Р. Х. до умираието на А трѣбва да съберемъ 1811 год. 7 мѣс. и 25 дни съ 51 год., 6 мѣс. и 23 дни. А като направимъ това,

$$\begin{array}{r} 1811 \text{ год.} + 7 \text{ мѣс.} + 25 \text{ дни.} \\ + 51 \text{ „} + 6 \text{ „} + 23 \text{ „} \\ \hline 1863 \text{ год.} + 2 \text{ мѣс.} + 18 \text{ дни.} \end{array}$$

щемъ намѣримъ 1863 год. 2 мѣс. и 18 дни т. е. отъ Р. Х. до умираието на А минали сѣ цѣли 1863 год. ще рече настъпила и владѣла 1864-та година, и въ

тая година прѣминали цѣли 2 мѣсяца и 18 дни отъ третий мѣсець, т. е. отъ Марта. Слѣд. настъпилъ 19-й день отъ Марта прѣзъ 1864 година. И тѣй А е умрѣлъ въ 19-й отъ Марта прѣзъ 1864 година.

2. *Единъ пароплувецъ излѣзълъ изъ Лондонъ за да плува около свѣта прѣзъ 1860 год. въ 12-й Мая и върналъ се слѣдъ 2 г. и 27 дни; кога се е върналъ?*

Тукъ междата между врѣмето на отплуваннието на пароплува и врѣмето на неговото завръщание е показано въ години и дни, споредъ това, врѣмето, което се е минало отъ Р. Х. до началното събитие, т. е. до отплувваннието на пароплува прѣминали цѣли 1859 год. и въ 1860-та година, която била високосна, въ Януарий 31 день, въ Февруарий 29, въ Марта 31, въ Априлъ 30 и въ Май 11, слѣдов. всичко 132 дни. А споредъ това отъ Р. Х. до деня на пристиганието на пароплува преминали 1859 год. 132 дни, и още 2 год. и 72 дни. Като съберемъ тия числа, щемъ намѣримъ, че до деня на пристиганието му преминали 1861 год. и 204 дни; съ други думи, настъпилъ и владѣлъ 205-й день отъ 1862-ра година. А защото 1862-ра година била проста, то като извадимъ изъ 204 дни 31 за Януарий, 28 за Февр., 31 за Марта, 30 за Априлия, 31 за Май и 30 за Юний, всичко 181 день, щемъ намѣримъ, че въ Юлій прѣминали 23 дни; слѣдов. пароплувецъ се е върналъ отъ това плувание въ 24 Юлій прѣзъ 1862-ра година.

Ако ли даденитѣ числа въ задачата съдържатъ и часове, то колкото за броение часоветѣ трѣбва да забѣлѣжимъ, какво въ гражданскій животъ, тия се броятъ най-право тѣй: отъ полунощъ до пладне 12 часове и тия часове наричатъ часове слѣдъ полунощъ; по-слѣ отъ пладнѣ до полунощъ още 12 часове и тѣхъ наричатъ часове слѣдъ пладнѣ. Споредъ това, кога кажатъ 10 часове слѣдъ полунощъ, това ще рече 10 ча-

сове заранъ, а ако кажатъ 7 часове слѣдъ пладнѣ, то показва 7 часове вечеръ. Каквото:

3. *Нѣкой си излѣзълъ изъ Цариградъ на 17-и отъ Ноемвр. прѣзъ 1865 год. въ 7-й часъ послѣ полунощъ и върналъ се слѣдъ 12 дни и 8 часове да се опрѣдѣли денътъ и часътъ на неговото въеръщане?*

Той излѣзълъ, когато отъ начало на мѣсеца прѣминали 16 дни и 7 часове слѣдъ полунощъ, и върналъ се 12 дни и 8 часове по-късно; слѣдов. като съберемъ 16 дни и 7 часове съ 12 дни и 8 часове, щемъ намѣримъ, какво отъ начало на мѣсеца до неговото дохождане минали сж 28 дни и 15 часове, та той се върналъ когато настѣпилъ 15-й часъ отъ 29-й день отъ сжщия мѣсець, т. е. Ноемвр., или, като отдѣляме отъ 15 часове 12, които се броятъ до пладнѣ, то се върналъ въ 3-ий часъ послѣ пладнѣ на 29-й Ноември прѣзъ 1865 година.

Питание. 1. Какъ става събиране отъ съставни именовани числа?

10

Изваждане.

79. Единъ търговецъ ималъ 25 оки + 300 драма + 3 денка + 2 зърна коприна, и продалъ отъ нея 18 оки + 250 драма + 3 зърна. Колко е остало още отъ коприната у него?

	6	
изъ		25 оки × 300 драм. + 3 денк. + 2 зърна
да се изв.	18 » + 250 » + 0 » + 3 »	
отговоръ	7 оки + 50 драм. + 2 денк. + 3 зърна	

Тукъ 3 зърна изъ 2 зърна не могатъ да се извадятъ, затова заемаме отъ 3 денка 1 денкъ или 4 зърна, та ще бжде 4 + 2 = 6 зърна, изваждаме 3 изъ 6, та остаятъ 3 зърна и пишемъ остатъка 3 подъ чъртата срѣща зърната.

Послѣ вадимъ слѣдующето по-голѣмо наименование сир. денковетѣ, иъ защото въ умалителното нѣма нищо отъ това наименование, то сваляме подъ сжщия редъ не 3, а 2 денка, които се намиратъ въ умаляемото. Слѣдъ това вадимъ 250 драм. изъ 300 др. та намирами остатъкъ 50 др., които пишемъ подъ чъртата срѣща драмоветѣ. Найсетѣ вадимъ 18 оки изъ 25 оки, та намираме остатъкъ 7 оки, който и подписваме подъ окитѣ.

Изъ 25 растега да се извадятъ 24 растега + 2 лактя 4 + руба + 1 грехъ.

	2	7	2
25 раст. + 0 лакт. + 0 руб. + 0 грех.			
24 » + 2 » + 4 » + 1 »			
3 руб. + 1 грех.			

Тукъ за да извадяхми 1 грехъ, трѣбваше да заемемъ не по-отблизу освѣнъ 1 растега изъ 25 растега, и като го раздробихми на 2 лактя + 7 руба + 2 греха, поставихме тѣзи числа отгорѣ намѣсто лакти, рубове и грехове, сетѣ изваждахме.

И така за да извадимъ съставно именованно число изъ друго, трѣбва да подпишемъ умалителното число подъ умаляемото така, щото единицитѣ отъ еднаквото наименование да стоятъ въ единъ правъ стълбъ, и сетѣ да начнемъ да вадимъ отъ дѣсно, отъ единицитѣ отъ най-малкото наименование, и остатъцитѣ да подписваме подъ чъртата.

Ако въ умаляемото нѣкое наименование излѣзе по-малко отъ онова число, което ще се вади отъ него, то трѣбва да му заемемъ една единица отъ числото, що е отъ най-ближнето му по-голѣмо наименование, да я раздробимъ въ това по-малко наименование и съберемъ съ него и сетѣ да изваждаме.

80. Задавки за ерѣме, които се рѣшаватъ съ

изваждане, биватъ два рода: въ едни се дава вѣрѣе отъ двѣ събития — едно прѣдшествующе, и друго послѣдующе, и иска се да се опрѣдѣли междата на вѣрѣето между тѣзи двѣ събития; въ други се дава вѣрѣе отъ по-късно събитие и междата между него и иска се да се опрѣдѣли вѣрѣето на тоа послѣдното. Да рѣшимъ нѣколко такива задавки.

1. Исаакъ Нютонъ, най-голѣмий ученъ Англичанинъ, се родилъ въ 1642 г. 25 Декем., и умрѣлъ въ 1727 г. 20 Марта. Колко години е живѣлъ?

Въ тая задавка е дадено вѣрѣе отъ двѣ събития — едно прѣходяще — рождението на Нютона и друго послѣдующе — неговата смъртъ, и иска се да се опрѣдѣли междата между тѣхъ. Като и при събиранieto да опрѣдѣлимъ и тукъ вѣрѣето, което се е изминало отъ Р. Х. до всяко отъ тѣзи двѣ събития.

Тоя ученъ се родилъ, кога още не била се изминала 1642 год. и прѣди да се свърши дванадесетий мѣсецъ, т. е. Декемврий слѣдователно, неговото раждане било слѣдъ 1641 год. 11 мѣсец. и 25 дни. Той умрѣлъ, когато още не била се свършила 1727 година и прѣди да са мине третий мѣс. отъ тая год. т. е. Мартъ; слѣдъ той умрѣлъ слѣдъ 1726 год. 2 мѣс. и 20 дни.

И така, за да рѣшимъ тая задавка, трѣбва:

	13	50
изъ 1726 год.	+ 2 мѣс.	+ 20 дни
да се извадятъ 1641	+ 11	+ 25
Нютонъ живѣлъ	84 год.	+ 2 мѣс. + 25 дни.

Забблѣжка. Въ такиви задавки прѣминалото вѣрѣе отъ Р. Х. до всяко събитие по-добрѣ е да опрѣдѣляваме въ години и дни, а не въ години, мѣсяци и дни, защото мѣсяцитѣ иматъ не еднакво число дни, освѣнъ това случаватъ се въ нѣкои задавки и високосни години, та отъ това ставатъ погрѣшки.

II. Отъ двамина братия малкий е по-младъ отъ голѣмий съ 3 години и 185 дни и родилъ се на 8 Септ. отъ 1847 год.; въ коя година се е родилъ по-голѣмий братъ?

Въ тая задавка е дадено вѣрѣе отъ по-късно събитие — ражданието на малкий братъ и число на годинитѣ, въ които голѣмий братъ е по-старъ отъ малкий т. е. разликата отъ вѣрѣето, която се е изминала отъ деня на раждението на голѣмий братъ до деня на рождението на малкий, и иска се да се намѣри вѣрѣето на прѣдшествовашето събитие, т. е. годината на рождението на старий братъ. Отъ Р. Х. до рождений денъ на малкий братъ прѣминали 1846 год. и въ 1847 проста година въ Януарий 31 день, въ Февр. 28, въ Марта 31, въ Априль 30, въ Маия 31, въ Юния 30, въ Юлия 31, въ Августа 31 и въ Септемврия 7 дни, и тѣй всичко 1846 год. и 250 дни; а до деня на рождението на старий братъ прѣминало отъ Р. Х. вѣрѣе отъ 3 год. и 185 дни по-малко, та спорѣдъ това, за да познаемъ, колко години сж се минали отъ Р. Х., трѣбва 3 години и 185 дни да извадимъ отъ 1846 год. и 250 дни. И тѣй старий братъ се е родилъ, когато отъ Р. Х. се прѣминали 1843 год. и 65 дни т. е. настѣпилъ 66-й день отъ високосната 1844 год. Спорядъ това нѣматъ извадимъ отъ 65 дни 31 день за Януария; 29 дни за Февр. щемъ получимъ остатъкъ 5, което показва, че по-голѣмий братъ се е родилъ въ 6-й Марта отъ 1844 година.

3. Една ладия отплувала изъ Солунъ на 12 Юния въ 7-й часъ и 35 минути слѣдъ полунощъ, и стигнала въ Туля на 15 Юния въ 8-й часъ и 12 минути слѣдъ пладне; колко вѣрѣе е била на пътѣ?

Отъ начало на мѣсяца до вѣрѣе на трѣгванието ладияно прѣминали 11 дни, 7 часове и 35 минути, а до вѣрѣето на пристигванието и 14 дни и въ 15-й день

12 часове до пладнѣ и послѣ пладнѣ още 8 часове и 12 минути, слѣдов. всичко 14 дни, 20 час. и 12 минути. Колкото е второто врѣме по-голѣмо отъ първото, колкото врѣме се е намирала ладията на път.

А за това трѣбва изъ 14 дни + 20 часове + 12 минути да се извадятъ — 11 » + 7 » + 35 минути

ладията била на път 3 дни + 12 часове + 37 минути

ПИТАНИЯ.

1. Какъ изваждаме съставни именувани числа.
2. Какъ изваждаме съставно именувано число просто или несъставно?
3. Какви задачи за врѣме се рѣшаватъ съ изваждане?

Умножение.

81. Тѣй като да умножимъ едно число на друго нѣ рѣче да вземемъ едното число за събираемо толкова пѣтъ колкото единици има въ другото, то отъ това се види, че кога умножаваме съставни именувани числа, множителятъ трѣбва безъ друго да бѣде отвлѣчено число. Нѣтъ да умножимъ съставно именувано число 47 кант. 32 оки и 75 др. на 8.

$$\begin{array}{r} 47 \text{ кан.} + 32 \text{ оки} + 75 \text{ др.} \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$381 \text{ кан.} + 37 \text{ оки} + 200 \text{ др.}$$

Подписваме множителятъ подъ множимото и умножаваме 75 драма на 8. Полученото произведение 600 драма съдържа въ себе си оки, затова го раздѣляме съ 400 и намираме въ частното 1 ока, която притуряме при окитѣ, а остатъка, 200 драма, подписваме подъ стѣлбѣта на драмоветѣ. Сетѣмъ умножаваме 32 оки на 8 и получаваме произведение отъ 256 оки, притуряме при това произведение на 1-та ока която имаме на умъ, и всичко това

се състави 257 оки които дѣлимъ съ 44 за да намеримъ колко кантаря щѣтъ съставятъ. Въ частното щемъ получимъ 5 кантаря, които притуряме при кантаритѣ, остатъка 37 оки подписваме подъ окитѣ. Най-сетѣмъ умножаваме 47 кант. на 8 и получаваме 376 кант., притуряме при това произведение и 5-тѣхъ кант., които имаме на умъ, та ставатъ 381 кант. Слѣд. исканото произведение бѣде 381 кант. 37 оки и 200 драма.

И така за да умножимъ съставно именувано число, затова подписваме множителятъ подъ множимото число и умножаваме отъ дѣсно на лѣво, като начнемъ отъ единицитѣ отъ най-малкото му наименование и всяко произведение подписваме подъ чертата, когато е по-малко отъ единицата на слѣдующото по-голѣмо наименование.

Ако ли то съдържа у себе единици отъ слѣдующото по-голѣмо наименование, то ги изключаваме (съ прѣвърщане), забѣлѣжаваме на умъ, и сетѣмъ даваме на слѣдующето произведение; а остатъка (ко го има) пишемъ подъ чертата, противъ чието, което е отъ еднакво съ него наименование.

ПИТАНИЯ.

1. Какъ умножаваме съставни именувани числа?
2. Какъвъ трѣбва да е множителятъ и защо?

Дѣление.

82. Кога дѣлимъ съставни именувани числа, щемъ рѣшаваме два случая: 1) да се раздѣли съставно именувано число на число отвлѣчено, и 2) да се раздѣли съставно именувано число на друго съставно именувано, однородно съ първото.

Първий случай. Примѣръ. Единъ куриеръ въ 5 часове прѣминува 12 мили, 2456 растега и два

лактя; да се наиде по колко мили, прѣминува единъ часъ?

$$\begin{array}{r}
 12 \text{ м.} + 2456 \text{ р.} + 4 \text{ л.} : 5 = 2 \text{ м.} + 10291 \text{ р.} + 1 \text{ л.} \\
 \hline
 - 10 \\
 \hline
 2 \text{ мил.} \\
 \times 24500 \\
 \hline
 49000 \text{ раст.} \\
 + 2456 \\
 \hline
 51456 \text{ раст.} \\
 - 51455 \\
 \hline
 1 \text{ раст.} \\
 \times 3 \\
 \hline
 3 \text{ лак.} \\
 + 2 \\
 \hline
 5 \text{ лакт.} \\
 - 5 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Като нарѣдихме задавката, както трѣбва, казваме: 5 въ 12 мили съдържа се 2 пхти и остатъкъ 3 мили. Този остатъкъ раздробяваме въ 24500 растеги, притуряме при него даденитѣ 2456 растеги; дѣлимъ число 51456 раст. на 5, та получихме въ частното 10291 раст. и остана 1 растеги. Този остатъкъ раздобиохме въ 3 лакти и придадохме при него даденитѣ два лакта; дѣлихъ 5 лакти на 5, та получихме въ частното 1 лактъ и остатъкъ нула. И отъ това виждаме, че въ единъ часъ куриерътъ прѣминува 2 мили + 10291 раст. + 1 лактъ.

И така за да раздѣлимъ съставно именованото число на отвлѣчено, начинаме отъ лѣво, отъ числото на най-голѣмото найименование, остатъка раздробяваме въ число отъ слѣдующето по-малко наимено-

вание, при полученото произведение придаваме число отъ слѣдующето наименование, ако се намира такъво дѣлимото и дѣлителя; така продължаваме дѣйствието дори до послѣднитѣ единици отъ дѣлимото.

Тѣй като да раздѣлимъ съставно именованно число на отвлѣчено иде каже да раздѣлимъ първото на нѣколко равни части, и защото частта всякога е однородна съ дѣлителя, ясно е, че частното, което показва голѣмината на всяка часть, трѣбва да е однородно съ дѣлимото, т. е. именованно.

83. Вторий случай. Колко пхти се съдържатъ 3 минути и 10 секунди въ 1 деңоноще и 14 часове?

Тукъ ясно се види, че за да рѣшимъ тѣзи задавка, трѣбва първото число да раздѣли второто. Но това можемъ да извършимъ, когато приведемъ и дѣлимото и дѣлителя въ еднакви мѣрки. Затова дѣлѣтъ числа раздробяваме въ секунди и дѣлимъ:

деңон. час.	м. сек.
1 + 14	3 + 10
+ 24	× 60
24 час.	180 сек.
+ 14	+ 10
38 час.	190 сек.
× 60	
2280 мин.	
× 60	136800 190
136800 сек.	- 133 720 пхти
	38
	» 38
	—
	«

136800 секунди на 190 сек. Полученото частно 720 показва, че 190 сек. се съдържатъ въ 136800 сек. тѣкмо

720 пѣти, слѣд. 3 минути и 10 сек. се съдържатъ въ 1 денопощие и 14 часове 720 пѣти.

И така за да раздѣлимъ съставно именованно число на друго съставно именованно, еднородно съ първото, трѣбва и дѣлимото и дѣлителтъ да раздробимъ въ еднакви мѣрки (наименования) и полученитѣ числа да раздѣлимъ едно на друго.

Въ тоя случай частното показва, колко пѣти едно именованно число се съдържа въ другото, слѣд. то бѣе друго ще бѣде отвлѣчено число.

84. Причинитѣ, по които събирането, изваждането и умножението на съставнитѣ именованни числа намираме отъ дѣсно, а дѣленieto отъ лѣво, сж сжщитѣ, за които се каза при сжщитѣ дѣйствия съ отвлѣченитѣ числа.

ПИТАНИЯ.

1. Какъ дѣлимъ, ако дѣлимото и дѣлителтъ сж еднородни съставни именованни числа? Въ такъвъ случай, частното отвлѣчено ли, или именованно число ще бѣде?
2. Какъ дѣлимъ, ако дѣлимото е съставно именованно число, а дѣлителтъ отвлѣчено число? Въ такъвъ случай, частното отвлѣчено ли, или именованно число ще бѣде?

КОЕ ГДѢ СЕ НАМИРА.

I.

Възводанне	стр. 7
------------------	--------

II.

Броење	10
Римска и славенска системи за броење	20

III.

Дѣйствия съ цѣли числа	23
Събиране	23
Повѣрка надъ събиране	28
Изваждане	30
Повѣрка надъ изваждане	35
Употрѣбление скоби при събиране и изваждане	37
За измѣнение на сбора и разликата	40
Умножение	44
За измѣнение на произведението	53
За степенитѣ	—
Дѣлѣние	56
Опитъ надъ дѣлѣние	74
За измѣнение на произведението и частното	78
За употребление скоби при умножение и дѣленie	83
Приложение четиретѣ дѣйствия при рѣшенія задавки	84

IV.

Съставни именованни числа	89
По-употрѣбителнитѣ мѣрки	92
Раздробение на именованни числа	103
Прѣвращанне . „ „	104
Събиране съ съставни именованни числа	106
Изваждане „ „ „ „	110
Умножение „ „ „ „	114
Дѣлѣние „ „ „ „	115